

CÁLCULO DE DESLOCAMENTOS EM ESTRUTURAS HIPERESTÁTICAS

1) Causa física: carregamento

1.1) Pórticos planos, vigas e grelhas (*)

$$\delta_v = \int_{\text{estrutura}} \frac{M_a M_r}{EI} ds$$

Sendo

M_a = momento fletor devido à carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica

M_r = momento fletor devido ao carregamento aplicado na estrutura hiperestática

EI = rigidez de flexão

1.2) Treliças Planas

$$\delta_v = \sum_{i=1}^b \frac{N_{a_i} N_{r_i}}{E_i A_i} \ell_i$$

Sendo

N_{a_i} = esforço axial na barra i devido à carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica.

N_{r_i} = esforço axial na barra i devido ao carregamento aplicado na estrutura hiperestática.

b = números de barras

ℓ_i = comprimento da barra i

$E_i A_i$ = rigidez axial da barra i

(*) - No caso de grelhas, só são tratadas aqui aquelas em que é possível desprezar a rigidez à torção de suas barras.

2) Causa física: variação de temperatura

2.1) Pórticos planos(**), vigas e grelhas

$$\delta_v = \frac{\alpha}{2} (\Delta t_i + \Delta t_s) A_N + \frac{\alpha}{h} (\Delta t_i - \Delta t_s) A_M + \int_{\text{estrutura}} \frac{M_a M_r}{EI} ds$$

Sendo: α = coeficiente de dilatação térmica do material

h = altura de seção transversal

Δt_i = variação de temperatura na face inferior

Δt_s = variação de temperatura na face superior

A_N = área do diagrama de força normal devido a carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica, tomando-se como positiva a força normal de tração.

A_M = área do diagrama de momento fletor devido a carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica, tomando-se como positivo o momento que traciona a face inferior.

M_r = momento fletor devido à variação de temperatura na estrutura hiperestática.

2.2) Treliças planas

No caso de treliças tem-se $\Delta t_i = \Delta t_s$ para todas as suas barras; assim obtém-se:

$$\delta_v = \sum_{i=1}^b \frac{N_{a_i} N_{r_i}}{E_i A_i} \ell_i \quad b = \text{número de barras}$$

Sendo:

N_{a_i} = esforço axial na barra i devido à carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica.

N_{r_i} = esforço axial na barra i devido à variação de temperatura na estrutura hiperestática.

(**) A 1ª parcela do cálculo do deslocamento só se aplica aos pórticos.

3) Causa física: recalque de apoio

3.1) Pórticos Planos, vigas e grelhas*1

$$\delta_v = \sum_{i=1}^r R_{a_i} \Delta_i + \int_{\text{estrutura}} \frac{M_a M_r}{EI} ds$$

Sendo: r = o número de recalques existentes

R_{a_i} = a reação, no apoio i na direção do recalque ocorrido, devido à carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica.

Δ_i = recalque ocorrido no apoio i

M_a = momento fletor devido à carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica.

M_r = momento fletor devido ao recalque ocorrido na estrutura hiperestática.

3.2) Treliças Planas

$$\delta_v = -\sum_{i=1}^r R_{a_i} \Delta_i + \sum_{i=1}^b \frac{N_{a_i} N_{r_i}}{E_i A_i} \ell_i$$

Sendo: R_{a_i} = reação, no apoio i , na direção do recalque ocorrido, devido à carga unitária aplicada na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica.

Δ_i = recalque ocorrido no apoio i

N_{a_i} = esforço axial na barra i devido à carga unitária na direção do deslocamento δ_v , na estrutura isostática básica.

N_{r_i} = esforço axial na barra i devido ao recalque ocorrido na estrutura hiperestática.