

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

UNESP - Campus de Bauru/SP

FACULDADE DE ENGENHARIA

Departamento de Engenharia Civil

Disciplina: 1309 - ESTRUTURAS DE CONCRETO II

NOTAS DE AULA

PILARES DE CONCRETO ARMADO

Prof. Dr. PAULO SÉRGIO DOS SANTOS BASTOS

(wwwp.feb.unesp.br/pbastos)

ALUNOS COLABORADORES:

Antonio Carlos de Souza Jr.

Caio Gorla Nogueira

João Paulo Pila D'Aloia

Rodrigo Fernando Martins

Bauru/SP

Junho/2005

APRESENTAÇÃO

Esta apostila tem o objetivo de servir como notas de aula na disciplina 1309 – Estruturas de Concreto II, do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Bauru/SP.

O texto apresenta parte das prescrições contidas na nova NBR 6118/2003 (“*Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*” – versão corrigida) para o dimensionamento de pilares de concreto armado. O dimensionamento dos pilares é feito com base nos métodos do pilar padrão com curvatura e rigidez aproximadas. Outros métodos mais exatos e aqueles simplificados constantes da norma não são apresentados. Ainda, são estudados os pilares de seção retangular e de nós fixos (contraventados), com índice de esbeltez até 90.

A apresentação do dimensionamento dos pilares é feita em função da classificação usual dos pilares, ou seja, pilares intermediários, de extremidade e de canto. Vários exemplos numéricos estão apresentados para cada um deles.

Os itens 2 e 3, “Requisitos de Qualidade das Estruturas” e “Cobrimento da Armadura” não são específicos dos pilares, porém, foram inseridos na apostila porque são importantes no projeto das estruturas de concreto (especialmente o cobrimento) e contém alterações em relação à versão anterior da norma.

No item 4 - “Conceitos Iniciais” - são apresentadas algumas informações básicas iniciais e os conceitos relativos ao chamado “Pilar Padrão”, cujo modelo é utilizado pela NBR 6118/03 para a determinação aproximada dos momentos fletores de segunda ordem.

Por último são apresentados exemplos numéricos de dimensionamento de pilares de um edifício baixo e com planta de fôrma simples.

A apostila é uma versão inicial do estudo dos pilares de concreto armado, que não esgota todas as informações. Por isso, o aprendizado deve ser complementado com o estudo dos textos sugeridos nas Referências Bibliográficas, entre outras publicações. Em versões posteriores serão acrescentadas novas informações, com aplicação do estudo dos pilares nos edifícios, considerando o sistema de contraventamento e a ação do vento.

Quaisquer críticas e sugestões serão muito bem-vindas, pois assim a apostila poderá ser melhorada.

O autor agradece aos alunos que colaboraram no estudo dos pilares de acordo com a nova norma e ao técnico Éderson dos Santos Martins, pela confecção de vários desenhos.

SUMÁRIO

	Pág.
1. INTRODUÇÃO	1
2. REQUISITOS DE QUALIDADE DAS ESTRUTURAS	1
3. COBRIMENTO DA ARMADURA	2
4. CONCEITOS INICIAIS	3
4.1 Solicitações Normais	3
4.2 Flambagem	4
4.3 Não-Linearidade Física e Geométrica	5
4.4 Equação da Curvatura de Peças Fletidas	6
4.5 Compressão Axial	8
4.6 Pilar Padrão	9
5. CLASSIFICAÇÃO E DEFINIÇÕES DAS ESTRUTURAS DOS EDIFÍCIOS ...	10
5.1 Contraventamento das Estruturas	10
5.2 Estruturas de Nós Fixos e Móveis	11
5.3 Elementos Isolados	13
6. ÍNDICE DE ESBELTEZ	13
7. EXCENTRICIDADES	15
7.1 Excentricidade de 1ª Ordem	15
7.2 Excentricidade Acidental	15
7.3 Excentricidade de 2ª Ordem	16
7.4 Excentricidade Devida à Fluência	17
8. DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM	18
8.1 Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada	18
8.2 Método do Pilar-Padrão com Rigidez κ Aproximada	19
9. SITUAÇÕES BÁSICAS DE PROJETO	20
9.1 Pilar Intermediário	20
9.2 Pilar de Extremidade	21
9.3 Pilar de Canto	22
10. DETERMINAÇÃO DA SEÇÃO SOB O MÁXIMO MOMENTO FLETOR ...	23
11. SITUAÇÕES DE PROJETO E DE CÁLCULO	24
11.1 Pilar Intermediário	25
11.2 Pilar de Extremidade	25
11.3 Pilar de Canto	26
12. CÁLCULO DA ARMADURA COM AUXÍLIO DE ÁBACOS	27
12.1 Flexão Composta Normal	27
12.2 Flexão Composta Oblíqua	28
13. CÁLCULO DOS PILARES INTERMEDIÁRIOS	29
13.1 Roteiro de Cálculo	29

13.2 Exemplos Numéricos	30
13.2.1 Exemplo Numérico 1	30
13.2.2 Exemplo Numérico 2	33
14. CÁLCULO DOS PILARES DE EXTREMIDADE	36
14.1 Roteiro de Cálculo	36
14.2 Exemplos Numéricos	37
14.2.1 Exemplo Numérico 1	37
14.2.2 Exemplo Numérico 2	41
14.2.3 Exemplo Numérico 3	45
14.2.4 Exemplo Numérico 4	48
15. CÁLCULO DOS PILARES DE CANTO	51
15.1 Roteiro de Cálculo	51
15.2 Exemplos Numéricos	51
15.2.1 Exemplo Numérico 1	51
15.2.2 Exemplo Numérico 2	55
15.2.3 Exemplo Numérico 3	58
16. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS	61
16.1 Relação Entre a Dimensão Mínima e o Coeficiente de Segurança	61
16.2 Armadura Longitudinal	62
16.2.1 Diâmetro Mínimo	62
16.2.2 Distribuição Transversal	62
16.2.3 Armadura Mínima e Máxima	63
16.2.4 Detalhamento da Armadura	63
16.2.5 Proteção Contra Flambagem	64
16.3 Armadura Transversal	65
17. ESTIMATIVA DA CARGA VERTICAL POR ÁREA DE INFLUÊNCIA	65
18. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO TRANSVERSAL	66
19. EXEMPLOS DE DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE EDIFÍCIOS	67
19.1 Pilar Intermediário P8	69
19.2 Pilar de Extremidade P6	72
19.3 Pilar de Extremidade P5	77
19.4 Pilar de Extremidade P2	81
19.5 Pilar de Canto P1	86
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92

PILARES DE CONCRETO ARMADO

1. INTRODUÇÃO

Pilares são “*elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes*” (NBR 6118/03, item 14.4.1.2). **Pilares-parede** são “*elementos de superfície plana ou casca cilíndrica, usualmente dispostos na vertical e submetidos preponderantemente à compressão. Podem ser compostos por uma ou mais superfícies associadas. Para que se tenha um pilar-parede, em alguma dessas superfícies a menor dimensão deve ser menor que 1/5 da maior, ambas consideradas na seção transversal do elemento estrutural*” (item 14.4.2.4).

O dimensionamento dos pilares é feito em função dos esforços externos solicitantes de cálculo, que compreendem os esforços normais (N_d), os momentos fletores (M_{dx} e M_{dy}) e os esforços cortantes (V_{dx} e V_{dy}) no caso de ação horizontal.

A nova NBR 6118/03 fez modificações em algumas das metodologias de cálculo das estruturas de concreto armado, como também em alguns parâmetros aplicados no dimensionamento e verificação das estruturas. Especial atenção é dada à questão da durabilidade das peças de concreto. Particularmente no caso dos pilares, a nova norma introduziu várias modificações, como nos valores das excentricidades acidental e de 2ª ordem, um maior cobrimento de concreto, uma nova metodologia para o cálculo da esbeltez limite relativa à consideração ou não dos momentos fletores de 2ª ordem e, principalmente, com a consideração de um momento fletor mínimo, que pode substituir o momento fletor devido à excentricidade acidental.

No item 17.2.5 (“Processos aproximados para o dimensionamento à flexão composta”) a NBR 6118/03 apresenta métodos simplificados de pilares retangulares ou circulares sob flexão composta normal e oblíqua. Esses processos simplificados não serão apresentados porque os processos mais exatos indicados pela norma são simples de serem aplicados.

Os próximos dois itens não são específicos dos pilares, porém, foram inseridos na apostila porque são importantes no projeto das estruturas de concreto (especialmente o cobrimento) e contém alterações em relação à versão anterior da norma.

2. REQUISITOS DE QUALIDADE DAS ESTRUTURAS

A NBR 6118/03 (item 5.1) propõe requisitos gerais de qualidade das estruturas de concreto e a avaliação de conformidade do projeto. De um modo geral, as estruturas de concreto devem atender aos requisitos mínimos de qualidade, durante sua construção e ao longo de toda sua vida útil. Os requisitos de qualidade de uma estrutura de concreto são:

- a) *capacidade resistente* - consiste basicamente na segurança à ruína da estrutura;
- b) *desempenho em serviço* - consiste na capacidade da estrutura manter-se em condições plenas de utilização, não devendo apresentar danos decorrentes de fissuração, deformações, vibrações excessivas, etc., que comprometam em parte ou totalmente o uso para o qual foram projetadas;
- c) *durabilidade* - consiste na capacidade da estrutura resistir às influências ambientais previstas durante o período correspondente à sua vida útil. Por vida útil de projeto,

entende-se o período de tempo durante o qual se mantém as características definidas para as estruturas de concreto.

Quanto ao projeto, a qualidade da solução estrutural adotada deve considerar as condições arquitetônicas, funcionais, construtivas, estruturais e a conformidade com os outros projetos, como o elétrico, o hidráulico e o de ar condicionado.

Um dos fatores importantes que influem na durabilidade das estruturas de concreto armado é a qualidade do concreto utilizado, bem como a espessura do cobrimento da armadura.

3. COBRIMENTO DA ARMADURA

Define-se como cobrimento de armadura (item 7.4 da NBR 6118/03) a espessura da camada de concreto responsável pela proteção da armadura ao longo da estrutura. Essa camada inicia-se a partir da face externa das barras da armadura transversal (estribos) ou da armadura mais externa e se estende até a face externa da estrutura em contato com o meio ambiente.

Para garantir o cobrimento mínimo (c_{\min}) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc).

$$c_{\text{nom}} = c_{\min} + \Delta c \quad (\text{Eq. 1})$$

Nas obras correntes o valor de Δc deve ser maior ou igual a 10 mm. Esse valor pode ser reduzido para 5 mm quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução das estruturas de concreto. Em geral, o cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser:

$$\begin{aligned} c_{\text{nom}} &\geq \phi_{\text{barra}} \\ c_{\text{nom}} &\geq \phi_{\text{feixe}} = \phi_n = \phi \sqrt{n} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2})$$

A dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar em 20 % a espessura nominal do cobrimento, ou seja:

$$d_{\max} \leq 1,2 c_{\text{nom}} \quad (\text{Eq. 3})$$

Para determinar a espessura do cobrimento é necessário antes definir a classe de agressividade ambiental a qual a estrutura está inserida. Segundo a NBR 6118/03 (item 6.4.2), “*Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na Tabela 6.1 e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes*”. A Tabela 6.1 está apresentada na Tabela 1.

A Tabela 2 (Tabela 7.2 na NBR 6118/03) mostra os valores para o cobrimento nominal de lajes, vigas e pilares, para a tolerância de execução (Δc) de 10 mm, em função da classe de agressividade ambiental, conforme mostrada na Tabela 1.

Tabela 1 - Classes de agressividade ambiental.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ¹⁾²⁾	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ¹⁾²⁾	
IV	Muito forte	Industrial ¹⁾³⁾	Elevado
		Respingos de maré	

Notas: 1) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura);
2) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente;
3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Tabela 2 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobertura nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$.

Tipo de estrutura	Componente ou Elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV ²⁾
		Cobertura nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje ¹⁾	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

Notas: 1) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitado um cobertura nominal $\geq 15 \text{ mm}$;
2) Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobertura nominal $\geq 45 \text{ mm}$.

4. CONCEITOS INICIAIS

4.1 SOLICITAÇÕES NORMAIS

Os pilares sob esforços normais podem também estar submetidos a esforços de flexão. Dessa forma, os pilares poderão estar sob os seguintes casos de solicitação:

a) Compressão Simples

A compressão simples também é chamada compressão centrada ou compressão uniforme. A aplicação da força normal de cálculo N_d é no centro geométrico (C.G.) da peça, cujas tensões na seção transversal são uniformes (Figura 1).

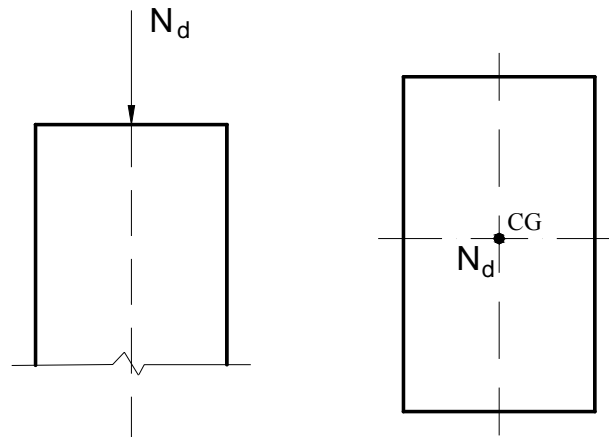


Figura 1- Compressão simples ou uniforme.

b) Flexão Composta

Na flexão composta ocorre a atuação conjunta de força normal e momento fletor sobre a peça. Há dois casos:

- Flexão Composta Normal (ou Reta): existe a força normal e um momento fletor numa direção (Figura 2a);
- Flexão Composta Oblíqua: existe a força normal e dois momentos fletores em duas direções (Figura 2b).

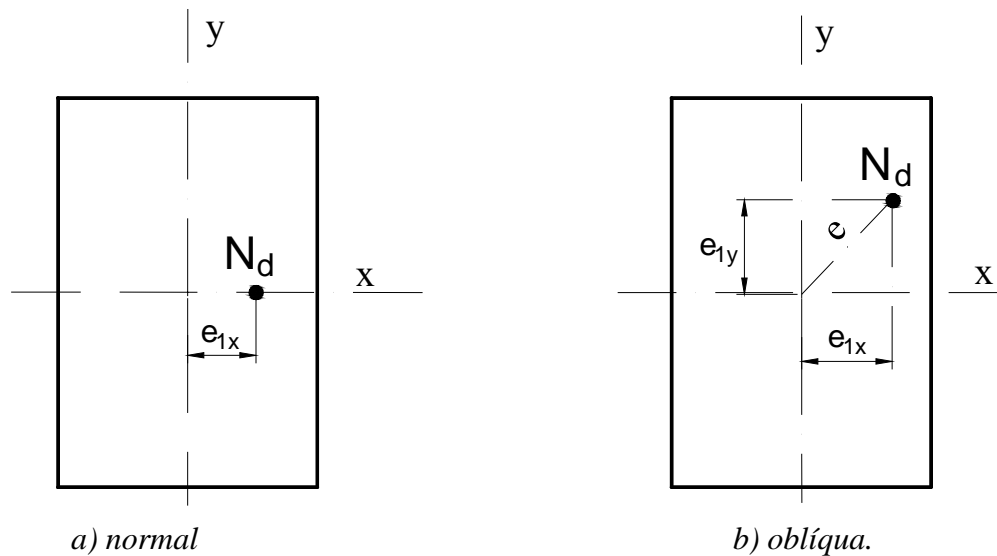


Figura 2 – Tipos de flexão composta.

4.2 FLAMBAGEM

Flambagem pode ser definida como o “deslocamento lateral na direção de maior esbelteza, com força menor do que a de ruptura do material” ou a “instabilidade de peças esbeltas comprimidas”. A ruína por efeito de flambagem é repentina e violenta, mesmo que não ocorram acréscimos bruscos nas ações aplicadas.

Uma barra comprimida feita por alguns tipos de materiais pode resistir a cargas substancialmente superiores à carga crítica (N_{crit}), o que significa que a flambagem não corresponde a um estado limite último. No entanto, para uma barra comprimida de concreto armado, a flambagem caracteriza um estado limite último.

4.3 NÃO-LINEARIDADE FÍSICA E GEOMÉTRICA

No dimensionamento de alguns elementos estruturais, especialmente os pilares, é importante considerar duas linearidades que ocorrem, sendo elas:

a) não-linearidade física

Quando o material não obedece à lei de Hooke, como materiais com diagramas $\sigma \times \varepsilon$ mostrados nas Figura 3b e 3c. As Figura 3a e 3d mostram materiais onde há linearidade física.

b) não-linearidade geométrica

Ocorre quando as deformações provocam esforços adicionais que precisam ser considerados no cálculo, gerando os chamados esforços de segunda ordem, como indicado na Figura 4.

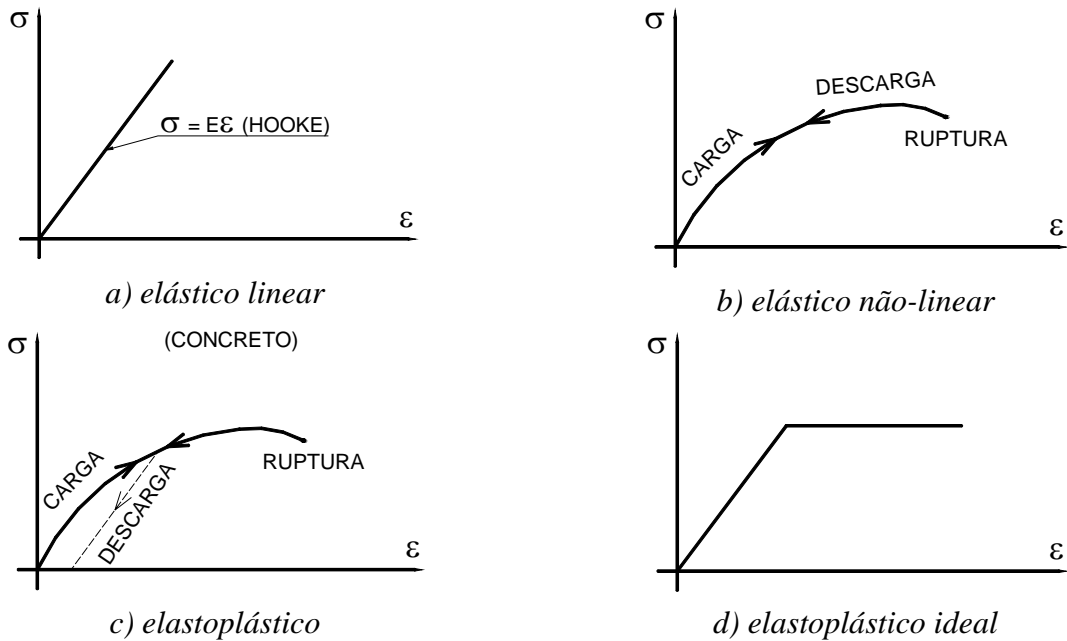


Figura 3 - Diagramas $\sigma \times \varepsilon$ de alguns materiais.

O concreto simples apresenta comportamento elastoplástico em ensaios de compressão simples, com um trecho inicial linear até aproximadamente $0,30 f_c$.

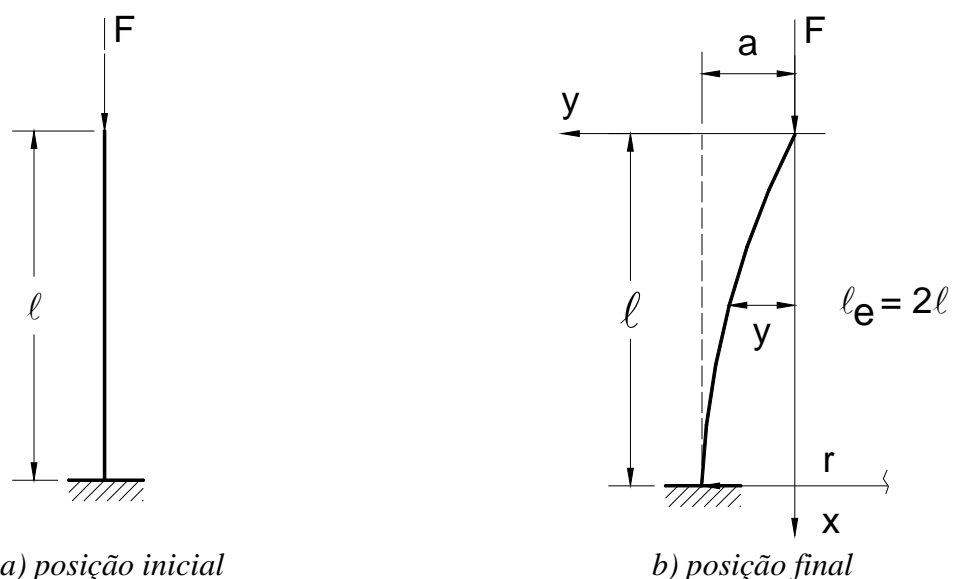


Figura 4 – Não-linearidade geométrica originando esforços de segunda ordem.

4.4 EQUAÇÃO DA CURVATURA DE PEÇAS FLETIDAS

A determinação dos efeitos locais de 2ª ordem em barras comprimidas pode ser feita por métodos aproximados, entre eles o do pilar padrão com curvatura aproximada, como preconizado na NBR 6118/03. Com o intuito de subsidiar a apresentação do pilar padrão, que se fará adiante, apresenta-se a equação da curvatura de elementos fletidos, item já estudado em Resistência dos Materiais.

Considerando a lei de Hooke ($\sigma = E \cdot \varepsilon$), a equação da curvatura de peças fletidas, como aquela mostrada na Figura 5, tem a seguinte dedução:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx}$$

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{\sigma}{E} \quad (\text{Eq. 4})$$

Aplicando $\sigma = \frac{M}{I} y$ na Eq. 4 fica:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{M}{E I} y \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta dx}{y} = \frac{M}{E I} dx$$

O comprimento dx pode ser escrito:

$$dx = r d\phi \quad \Rightarrow \quad d\phi = \frac{dx}{r} = \frac{\Delta dx}{y} = \frac{M}{E I} dx \quad (\text{Eq. 5})$$

Rearranjando os termos da Eq. 5 chega-se a equação da curvatura:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{r} = \frac{M}{E I} \quad (\text{Eq. 6})$$

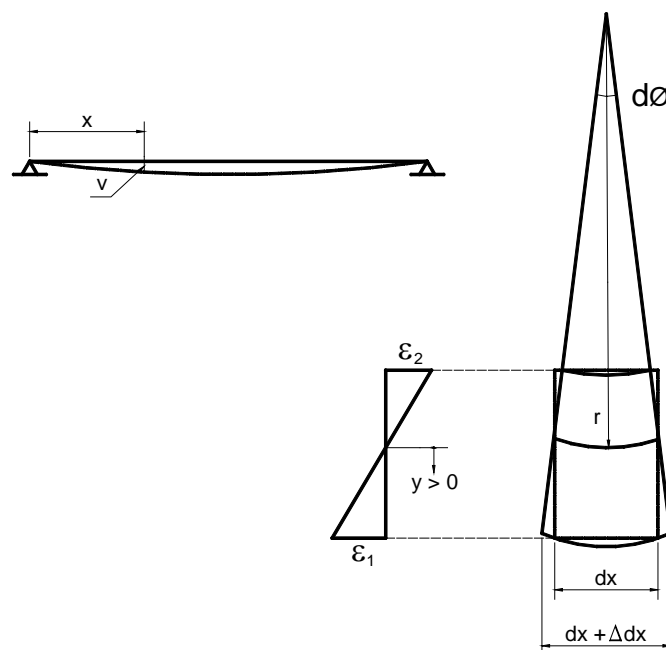


Figura 5 - Curvatura de uma peça fletida.

Do cálculo diferencial tem-se a expressão exata da curvatura (linha elástica):

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (\text{Eq. 7})$$

Para pequenos deslocamentos (pequena inclinação) tem-se $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \ll 1$, o que leva a:

$$\frac{1}{r} \cong \frac{d^2y}{dx^2} \quad (\text{Eq. 8})$$

Juntando as Eq. 6 e 8 encontra-se a equação aproximada para a curvatura:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (\text{Eq. 9})$$

A relação existente entre a curvatura e as deformações nos materiais (concreto e aço) da peça, considerando-se a lei de Navier ($\varepsilon = y \cdot 1/r$), como mostrado na Figura 6 é:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_1 + |\varepsilon_2|}{h} \quad (\text{Eq. 10})$$

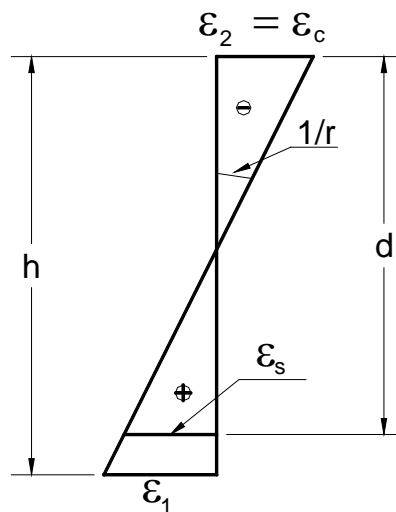


Figura 6 - Relação entre as deformações nos materiais e a curvatura.

Para o concreto armado a Eq. 10 torna-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} \quad (\text{Eq. 11})$$

com: ε_s = deformação na armadura tracionada;
 ε_c = deformação no concreto comprimido;
 d = altura útil da peça.

4.5 COMPRESSÃO AXIAL

Considere a barra comprimida como mostrada na Figura 4. Como definido na Eq. 8, a equação simplificada da curvatura é:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

O momento fletor externo solicitante é $M_{\text{ext}} = F \cdot y$. Considerando a Eq. 9 ($\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$), com material elástico linear, e fazendo o equilíbrio entre o momento fletor externo e o momento fletor interno ($M_{\text{ext}} = M_{\text{int}}$) tem-se:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{F}{EI} y = -k^2 y \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0$$

com $k^2 = F/EI$.

A solução geral para a equação diferencial tem a forma:

$$y = C_1 \text{ sen } k x + C_2 \text{ cos } k x \quad (\text{Eq. 12})$$

As condições de contorno para definição das constantes C_1 e C_2 são:

$$\text{a) para } x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 = 0 \Rightarrow \therefore C_2 = 0$$

A Eq. 12 simplifica-se para:

$$y = C_1 \text{ sen } k x \quad (\text{Eq. 13})$$

$$\text{b) para } x = \ell \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=\ell} = \left. k C_1 \text{ cos } k x \right|_{x=\ell} = k C_1 \text{ cos } k \ell = 0 \quad (\text{Eq. 14})$$

Para barra fletida a constante C_1 na Eq. 14 deve ser diferente de zero, o que leva a:

$$\text{cos } k \ell = 0 \rightarrow k \ell = \pi/2 \Rightarrow k = \pi/2\ell$$

$$\text{A Eq. 13 toma a forma: } y = C_1 \text{ sen } \frac{\pi}{2\ell} x \quad (\text{Eq. 15})$$

Para $x = \ell$ o deslocamento y é igual ao valor a (ver Figura 4). Portanto, aplicando a Eq. 15:

$$y = C_1 \text{ sen } \frac{\pi}{2} = a, \text{ donde resulta que } C_1 = a.$$

Sendo $2\ell = \ell_e$ (ℓ_e = comprimento de flambagem) e com a determinação da constante C_1 , define-se a equação simplificada para a curvatura da barra comprimida:

$$y = a \text{ sen } \frac{\pi x}{\ell_e} \quad (\text{Eq. 16})$$

4.6 PILAR PADRÃO

O pilar padrão é uma simplificação do chamado “Método Geral”. Consiste numa barra engastada na base e livre no topo, com uma curvatura conhecida (Figura 7). O pilar padrão é aplicável a barras de seção transversal constante e armadura constante em todo o comprimento da barra.

“A verificação da segurança é feita arbitrando-se deformações ε_c e ε_s tais que não ocorra o estado limite último de ruptura ou alongamento plástico excessivo na seção mais solicitada da peça” (FUSCO, 1981).

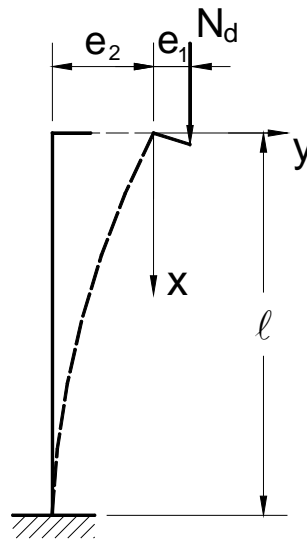


Figura 7 – Pilar padrão.

Como simplificação a linha elástica é tomada pela função senoidal definida na Eq. 16, onde a é tomado igual a e_2 (deformação de 2ª ordem), conforme mostrado na Figura 7:

$$y = -e_2 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{\ell_e}$$

A primeira e a segunda derivada da equação fornecem:

$$\frac{dy}{dx} = -e_2 \frac{\pi}{\ell_e} \cos \frac{\pi x}{\ell_e}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{\pi}{\ell_e} \right)^2 e_2 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{\ell_e} = \frac{\pi^2}{\ell_e^2} y$$

Considerando a Eq. 8 ($\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2}$) da segunda derivada surge o valor para y em função da curvatura $1/r$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pi^2}{\ell_e^2} y = \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\ell_e^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$$

Tomando y como o máximo deslocamento e_2 tem-se:

$$e_2 = \frac{\ell_e^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$$

Portanto, com $\pi^2 \cong 10$, o deslocamento no topo da barra é:

$$e_2 = \frac{\ell_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{\text{base}} \quad (\text{Eq. 17})$$

O deslocamento máximo e_2 é chamado excentricidade de 2ª ordem e será considerado no dimensionamento dos pilares, como se verá adiante.

Tomando a Eq. 11 e aço CA-50 pode-se determinar o valor da curvatura $1/r$ na base do pilar padrão:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} = \frac{\frac{f_{yd}}{E_s} + 0,0035}{d} = \frac{0,00207 + 0,0035}{d} = \frac{0,00557}{d}$$

A NBR 6118/03 (item 15.8.3.3.2) toma um valor convencional para a curvatura na base como:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (\text{Eq. 18})$$

com v (ni) sendo um valor adimensional relativo à força normal (N_d):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (\text{Eq. 19})$$

onde: A_c = área da seção transversal;

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão (f_{ck}/γ_c).

Daí o máximo momento fletor de segunda ordem é:

$$M_{2d} = N_d \cdot e_2 = N_d \frac{\ell_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{\text{base}} = N_d \frac{\ell_e^2}{10} \left[\frac{0,005}{h(v+0,5)} \right] \quad (\text{Eq. 20})$$

5. CLASSIFICAÇÃO E DEFINIÇÕES DAS ESTRUTURAS DOS EDIFÍCIOS

5.1 CONTRAVENTAMENTO DAS ESTRUTURAS

Os edifícios devem ser projetados de modo a apresentarem a necessária estabilidade às ações verticais e horizontais, ou seja, devem apresentar a chamada estabilidade global. Os pilares são os elementos destinados à estabilidade vertical, porém, é necessário projetar outros elementos mais rígidos que, além de também transmitirem as ações verticais, deverão garantir a estabilidade horizontal do edifício à ação do vento e de sismos, onde existirem. Ao mesmo tempo, são esses elementos mais rígidos que garantirão a indeslocabilidade dos nós dos pilares menos rígidos.

Com essas premissas classificam-se os elementos verticais dos edifícios em elementos de contraventamento e elementos (pilares) contraventados.

Define-se o sistema de contraventamento como “o conjunto de elementos que proporcionarão a estabilidade horizontal do edifício e a indeslocabilidade ou quase- indeslocabilidade dos pilares contraventados”, que são aqueles que não fazem parte do sistema de contraventamento. A NBR 6118/03 (item 15.4.3) diz que, “*por conveniência de análise, é possível identificar, dentro da estrutura, subestruturas que, devido à sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dos esforços decorrentes dessas ações. Essas subestruturas são chamadas subestruturas de contraventamento.*”

Os elementos de contraventamento são constituídos por pilares de grandes dimensões (pilares-parede ou simplesmente paredes estruturais), por treliças ou pórticos de grande rigidez, núcleos de rigidez, etc., como mostrados na Figura 8.

As lajes dos diversos pavimentos do edifício também podem participar da estabilidade horizontal, ao atuarem como elementos de rigidez infinita no seu próprio plano (o que se chama diafragma rígido), fazendo a ligação entre elementos de contraventamento formados por pórticos, por exemplo.

Segundo SÜSSEKIND (1984, p. 175), “*Toda estrutura, independentemente do número de andares e das dimensões em planta, deve ter seu sistema de contraventamento estudado e adequadamente dimensionado.*”

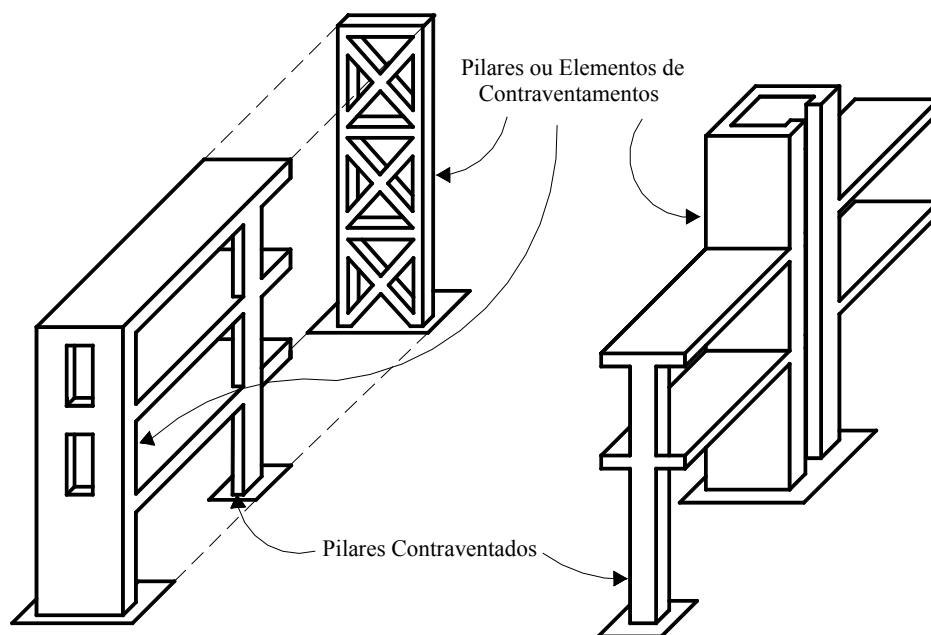


Figura 8 - Pilares contraventados e elementos de contraventamento (FUSCO, 1981).

5.2 ESTRUTURAS DE NÓS FIXOS E MÓVEIS

No item 15.4.2 a NBR6118 define o que são estruturas de nós fixos e de nós móveis.

a) Estruturas de nós fixos

São aquelas em que os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são desprezíveis, isto é, se apresentam inferiores a 10 % dos respectivos esforços de 1ª ordem (Figura 9 e 10). Nessas estruturas basta considerar os efeitos locais e localizados de 2ª ordem.

b) Estruturas de nós móveis

São aquelas em que os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são importantes (superiores a 10 % dos respectivos esforços de 1ª ordem), Figura 9 e 10. Nessas estruturas devem ser considerados tanto os esforços de 2ª ordem globais como os locais e localizados.

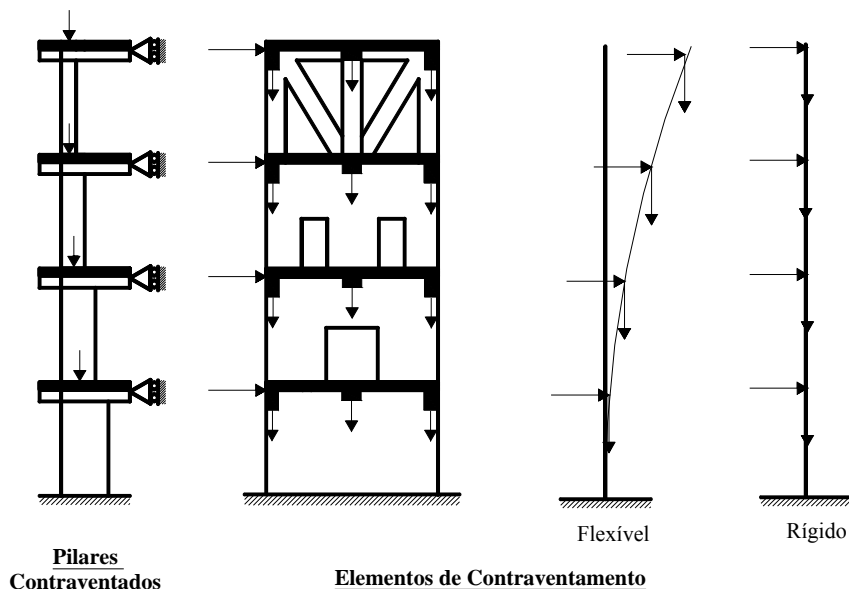


Figura 9 - Pilares contraventados e elementos de contraventamento (FUSCO, 1981).

As subestruturas de contraventamento podem ser de nós fixos ou de nós móveis, de acordo com as definições acima.

Para verificar se a estrutura está sujeita ou não a esforços globais de 2ª ordem, ou seja, se a estrutura pode ser considerada como de nós fixos, lança-se mão do cálculo do parâmetro de instabilidade α (NBR 6118/03, item 15.5.2) ou do coeficiente γ_z (item 15.5.3). Esses coeficientes serão estudados em profundidade na disciplina Estruturas de Concreto IV.

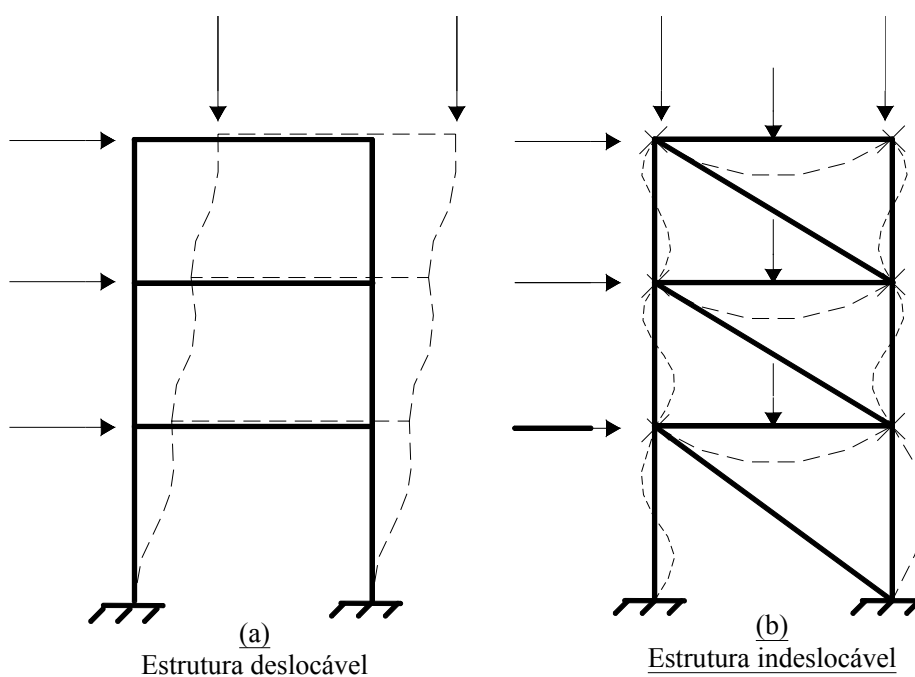


Figura 10 – Estruturas de nós fixos e móveis (FUSCO, 1981).

Para mais informações sobre a estabilidade global dos edifícios devem ser consultados FUSCO (2000) e SÜSSEKIND (1984).

5.3 ELEMENTOS ISOLADOS

A NBR 6118/03 (item 15.4.4) classifica os elementos isolados como aqueles que:

- são elementos estruturais isostáticos;
- são elementos contraventados;
- são elementos que fazem parte das estruturas de contraventamento de nós fixos;
- são elementos das subestruturas de contraventamento de nós móveis, desde que, aos esforços nas extremidades, obtidos numa análise de 1ª ordem, sejam acrescentados os determinados por análise global de 2ª ordem.

Nesta apostila estudam-se os chamados elementos contraventados.

6. ÍNDICE DE ESBELTEZ

O índice de esbeltez é a razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração, nas direções a serem consideradas:

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad (\text{Eq. 21})$$

com o raio de giração sendo: $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$

$$\text{Para seção retangular o índice de esbeltez é: } \lambda = \frac{3,46 \ell_e}{h} \quad (\text{Eq. 22})$$

onde: ℓ_e = comprimento de flambagem;

i = raio de giração da seção geométrica da peça (seção transversal de concreto, não se considerando a presença de armadura);

I = momento de inércia;

A = área da seção;

h = dimensão do pilar na direção considerada.

O comprimento de flambagem de uma barra isolada depende das vinculações na base e no topo do pilar, conforme os esquemas mostrados na Figura 11.

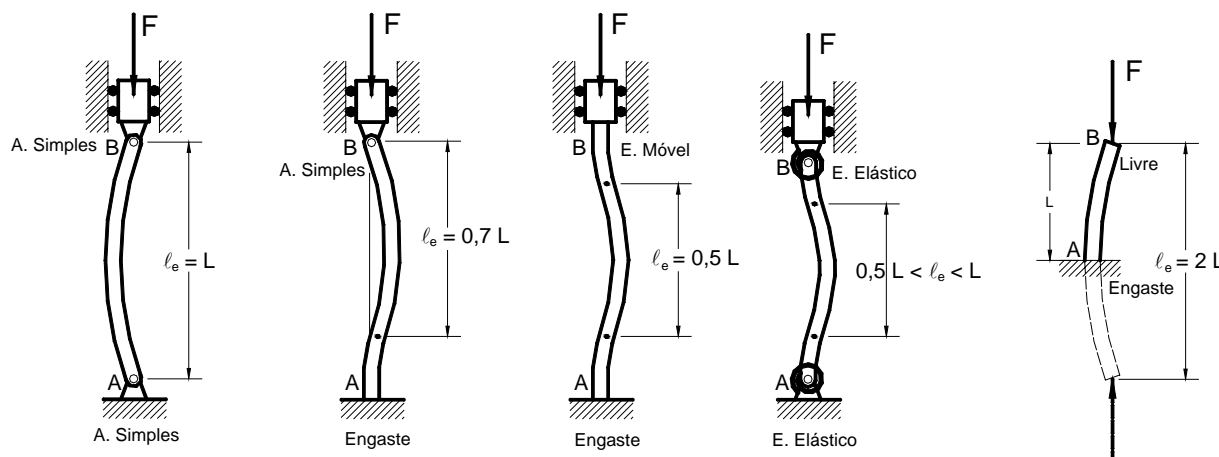


Figura 11 – Comprimento de flambagem.

Nas situações reais dos pilares contraventados nos edifícios geralmente os pilares não se encontram isolados como mostradas na Figura 11. A situação real de um pilar contraventado de edifício está mostrada na Figura 12.

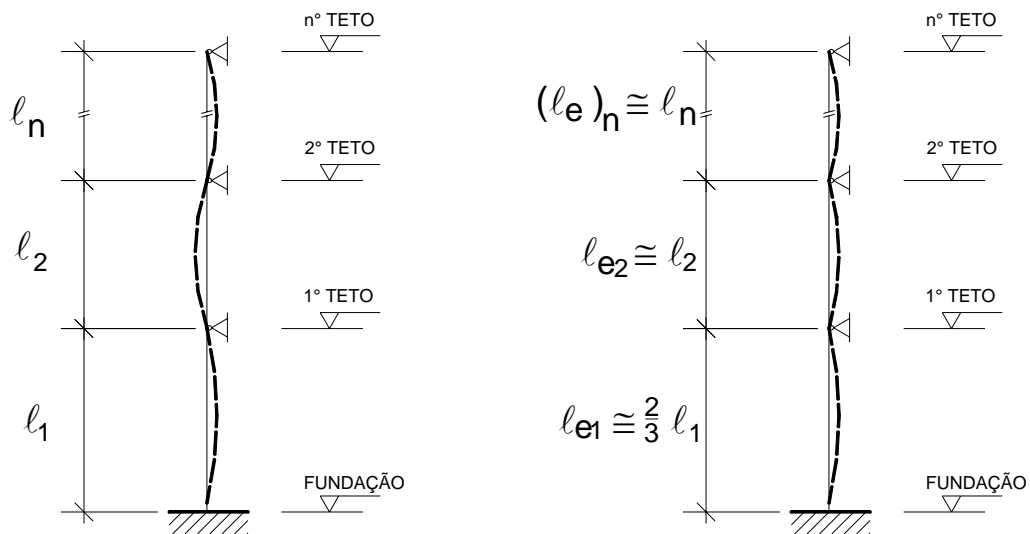


Figura 12 - Situação real e simplificada para determinação do comprimento de flambagem de pilares contraventados de edifícios (SÜSSEKIND, 1984).

Nas estruturas de nós indeslocáveis a NBR 6118/2003 permite a realização do cálculo de cada elemento comprimido isoladamente, ou seja, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos que ali concorrem. Assim, o comprimento equivalente de flambagem (ℓ_e) do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor entre os seguintes valores:

$$\ell_e \leq \begin{cases} \ell_o + h \\ \ell \end{cases} \quad (\text{Eq. 23})$$

- com: ℓ_o = distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar (Figura 13);
 h = altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;
 ℓ = distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

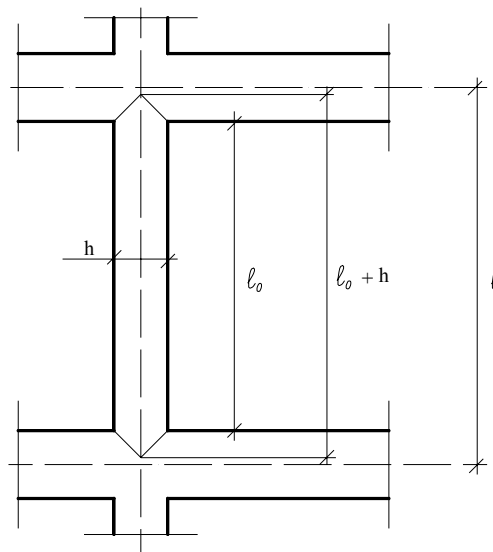


Figura 13 - Valores de ℓ e ℓ_o .

Para casos de determinação do comprimento de flambagem mais complexos recomenda-se a leitura de SÜSSEKIND (1984, v.2).

Em função do índice de esbeltez os pilares podem ser classificados como:

- Pilar curto se $\lambda \leq 35$;
- Pilar médio se $35 \leq \lambda \leq 90$;
- Pilar medianamente esbelto se $90 \leq \lambda \leq 140$;
- Pilar esbelto se $140 \leq \lambda \leq 200$.

(Eq. 24)

Os pilares curtos e médios são a maioria dos pilares das construções. Os pilares esbeltos são menos frequentes.

7. EXCENRICIDADES

Neste item são mostradas as excenricidades que podem ocorrer no dimensionamento dos pilares, sendo elas: excenricidade de 1ª ordem, excenricidade acidental, excenricidade de 2ª ordem e excenricidade devida à fluência.

7.1 EXCENRICIDADE DE 1ª ORDEM

A excenricidade de 1ª ordem é devida à existência de momentos fletores externos solicitantes que podem ocorrer ao longo do comprimento do pilar, ou devido ao ponto teórico de aplicação da força normal estar localizado fora do centro de gravidade da seção transversal.

Considerando a força normal de cálculo N_d e o momento fletor de cálculo M_d (independente de N_d), a Figura 14 mostra os casos possíveis de excenricidade de 1ª ordem.

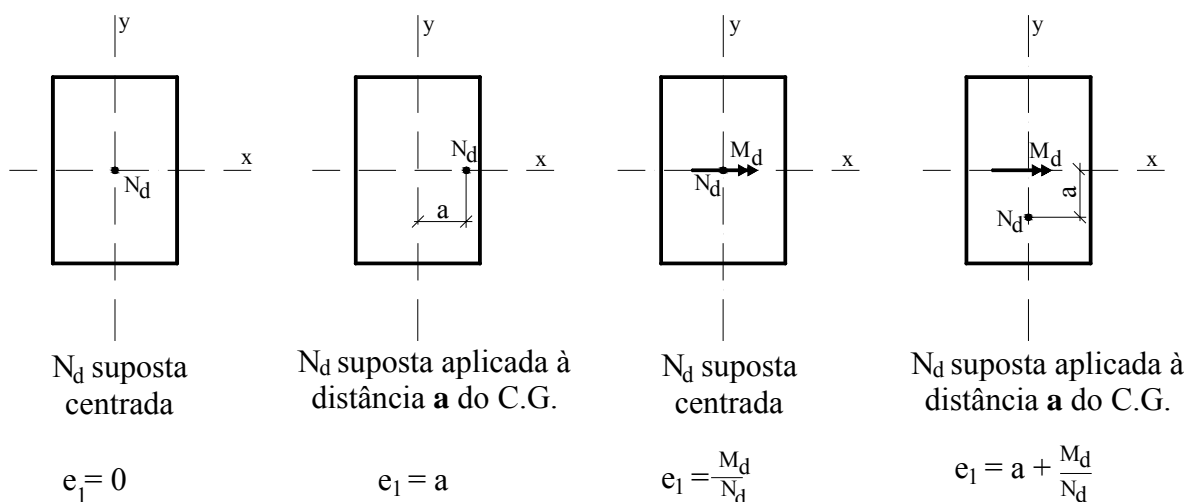


Figura 14 – Casos possíveis de excenricidade de 1ª ordem.

7.2 EXCENRICIDADE ACIDENTAL

“No caso da verificação de um lance de pilar, dever ser considerado o efeito do desaprumo ou da falta de retilinidade do eixo do pilar” (item 11.3.3.4.2 da NBR 6118/03). “Admite-se que, nos casos usuais, a consideração apenas da falta de retilinidade ao longo do lance do pilar seja suficiente”. A imperfeição geométrica pode ser avaliada pelo ângulo:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (\text{Eq. 25})$$

com: H = altura do lance, em metro, conforme mostrado na Figura 15;

$$\theta_{1\text{mín}} = \begin{cases} 1/400 \Rightarrow \text{para estruturas de nós fixos} \\ 1/300 \Rightarrow \text{para estruturas de nós móveis e imperfeições locais} \end{cases}$$

$$\theta_{1\text{máx}} = 1/200$$

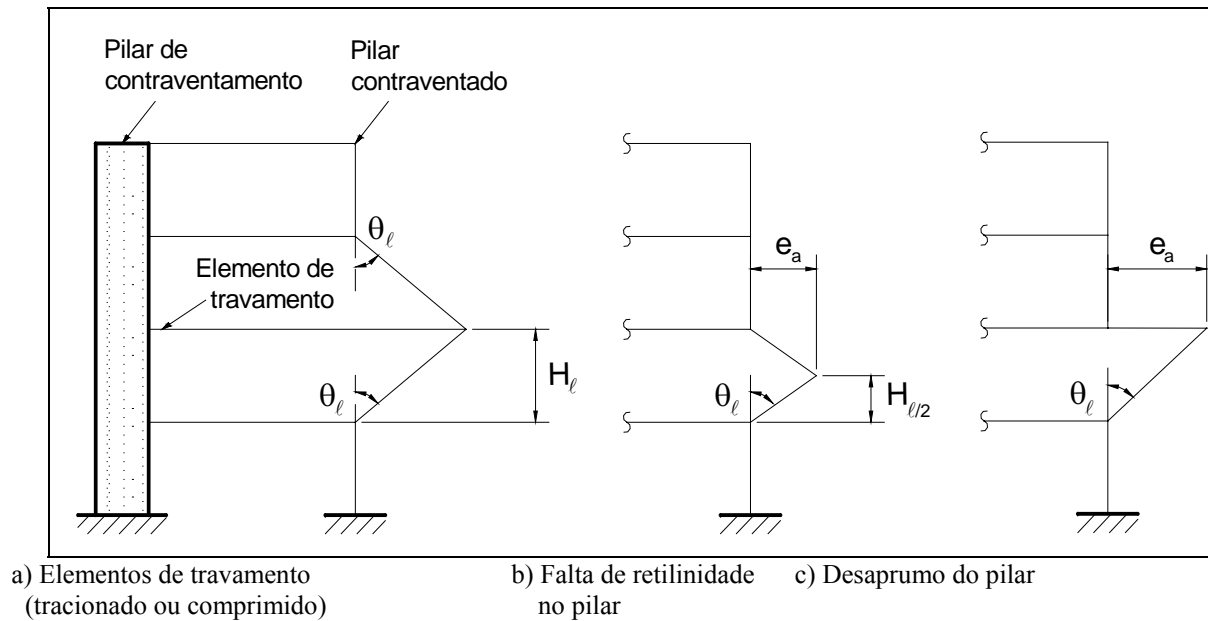


Figura 15 - Imperfeições geométricas locais.

A excentricidade acidental para um lance do pilar resulta do ângulo θ_1 :

$$e_a = \theta_1 \frac{H}{2} \quad (\text{Eq. 26})$$

7.3 EXCENTRICIDADE DE 2ª ORDEM

“Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas” (NBR 6118, item 15.4.1).

“A análise global de 2ª ordem fornece apenas os esforços nas extremidades das barras, devendo ser realizada uma análise dos efeitos locais de 2ª ordem ao longo dos eixos das barras comprimidas”. Os elementos isolados, para fins de verificação local, devem ser formados pelas barras comprimidas retiradas da estrutura, com comprimento ℓ_e , porém aplicando-se às suas extremidades os esforços obtidos através da análise global de 2ª ordem (item 15.7.4).

“Os efeitos locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor limite λ_1 ” (item 15.8.2), calculado pela expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (\text{Eq. 27})$$

com $35 \leq \lambda_1 \leq 90$,

onde: e_1 = excentricidade de 1ª ordem (não inclui a excentricidade acidental e_a);

e_1 / h = excentricidade relativa de 1ª ordem;

A NBR 6118/03 não define em que posição ao longo do comprimento do pilar deve-se considerar a excentricidade e_1 para aplicação no cálculo de λ_1 , o que pode levar a pequenas diferenças caso se considere a excentricidade nas extremidades do pilar ou na posição onde ocorre a máxima excentricidade de 2ª ordem.

Deve-se ter pilar de seção e armadura constantes ao longo do eixo longitudinal. O valor de α_b deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

i) para pilares biapoiados sem cargas transversais

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} \quad (\text{Eq. 28})$$

onde: $1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$

M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo em caso contrário.

ii) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura

$$\alpha_b = 1$$

iii) para pilares em balanço

$$\alpha_b = 0,8 + 0,2 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad (\text{Eq. 29})$$

onde: M_A = momento de 1ª ordem no engaste;

M_C = momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

iv) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo

$$\alpha_b = 1$$

O fator α_b consta do ACI 318 (1995) com a notação C_m (item 10.12.3.1). Porém, ao contrário da NBR 6118/2003, que também considera a excentricidade relativa e_1/h , tanto o ACI como o Eurocode 2 (1992) e o MC-90 (1990) do CEB, calculam a esbeltez limite em função da razão entre os momentos fletores ou entre as excentricidades nas extremidades do pilar.

7.4 EXCENTRICIDADE DEVIDA À FLUÊNCIA

“A consideração da fluência deve obrigatoriamente ser realizada em pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$ e pode ser efetuada de maneira aproximada, considerando a excentricidade adicional e_{cc} dada a seguir” (item 15.8.4):

$$e_{cc} = \left(\frac{M_{Sg}}{N_{Sg}} + e_a \right) \left(2,718^{\frac{\varphi N_{Sg}}{N_c - N_{Sg}}} - 1 \right) \quad (\text{Eq. 30})$$

$$N_e = \frac{10 E_{ci} I_c}{\ell_e^2} \quad (\text{Eq. 31})$$

onde: e_a = excentricidade devida a imperfeições locais;
 M_{sg} e N_{sg} = esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente;
 φ = coeficiente de fluência;
 E_{ci} = módulo de elasticidade tangente;
 I_c = momento de inércia;
 ℓ_e = comprimento de flambagem.

8. DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM

De acordo com a NBR 6118/03 o cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados. O método geral é obrigatório para $\lambda > 140$ (item 15.8.3).

A norma apresenta quatro diferentes métodos aproximados, sendo eles: *método do pilar-padrão com curvatura aproximada* (item 15.8.3.3.2), *método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada* (item 15.8.3.3.3), *método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r* (item 15.8.3.3.4) e *método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua* (item 15.8.3.3.5). Serão agora apresentados os métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e com rigidez aproximada, que são simples de serem aplicados no dimensionamento dos pilares. Os dois métodos baseiam-se no pilar-padrão, conforme demonstrado no item 4.6.

8.1 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA

Neste método a não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A equação senoidal para a linha elástica foi definida na Eq. 16, que define os valores para a deformação de 2ª ordem (e_2) ao longo da altura do pilar.

A não-linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. A expressão aproximada da curvatura na seção mais solicitada foi mostrada nas Eq. 11 e 18.

O momento fletor total máximo no pilar deve ser calculado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases} \quad (\text{Eq. 32})$$

onde: α_b = parâmetro definido no item 7.3;
 N_d = força normal solicitante de cálculo;
 ℓ_e = comprimento de flambagem.
 $1/r$ = curvatura na seção crítica, avaliada pela expressão aproximada (Eq. 18):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

A força normal adimensional (v) foi definida na Eq. 19, sendo:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

O momento solicitante de 1ª ordem deve ser:

$$M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

com: $M_{1d,A}$ = valor de cálculo de 1ª ordem do momento M_A , como definido no item 7.3;

$M_{1d,\min}$ = momento fletor mínimo como definido a seguir;

A_c = área da seção transversal do pilar;

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto ($f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$);

h = dimensão da seção transversal na direção considerada.

A NBR 6118/03 introduziu um parâmetro novo no cálculo dos pilares: o momento fletor mínimo, o qual consta no código ACI 318 (1995) como equação 10-15. Segundo o código, “*a esbelteza é levada em consideração aumentando-se os momentos fletores nos extremos do pilar. Se os momentos atuantes no pilar são muito pequenos ou zero, o projeto de pilares esbeltos deve se basear sobre uma excentricidade mínima*”, dada pelo momento mínimo.

Na NBR 6118/2003 consta que “*o efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído em estruturas reticuladas pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem dado a seguir*” (item 11.3.3.4.3):

$$M_{1d,\min} = N_d (0,015 + 0,03 h) \quad (\text{Eq. 33})$$

com h sendo a altura total da seção transversal na direção considerada, em metro.

A NBR 6118/2003 ainda informa que ao se considerar o momento fletor mínimo pode-se desconsiderar a excentricidade acidental ou o efeito das imperfeições locais, e que ao momento mínimo devem ser acrescidos os momentos de 2ª ordem.

A rigor, o momento fletor total máximo deve ser calculado para cada direção principal do pilar. Ele leva em conta que, numa seção intermediária onde ocorre a excentricidade máxima de 2ª ordem, o momento fletor máximo de 1ª ordem seja corrigido pelo fator α_b . Isto é semelhante ao que se encontra no item 7.5.4 de FUSCO (1981), com a diferença de que novos parâmetros foram estabelecidos para α_b . Se o momento de 1ª ordem for nulo ou menor que o mínimo, então o momento mínimo, constante na altura do pilar, deve ser somado ao momento fletor de 2ª ordem.

8.2 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ κ APROXIMADA

Neste método, a não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal, de forma idêntica ao exposto no método anterior.

A não-linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada da rigidez, expressa pelo coeficiente κ .

O momento total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

$$M_{d,\text{tot}} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa / v}} \geq \left\{ \begin{array}{l} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{array} \right\} \quad (\text{Eq. 34})$$

sendo o valor da rigidez adimensional κ dado aproximadamente pela expressão:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right) v \quad (\text{Eq. 35})$$

As variáveis h , v , $M_{1d,A}$, $M_{1d,min}$ e α_b são as mesmas definidas anteriormente. λ representa o índice de esbeltez e v o coeficiente adimensional relativo à força normal (Eq. 19).

Substituindo a Eq. 35 na Eq. 34 obtém-se uma equação do 2º grau que serve para calcular diretamente o valor de $M_{d,tot}$, sem a necessidade de se fazer iterações:

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,tot} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} = 0 \quad (\text{Eq. 36})$$

9. SITUAÇÕES BÁSICAS DE PROJETO

Para efeito de projeto, os pilares dos edifícios podem ser classificados nos seguintes tipos: pilares intermediários, pilares de extremidade e pilares de canto. A cada um desses tipos básicos de pilares corresponde uma situação de projeto diferente.

9.1 PILAR INTERMEDIÁRIO

Nos pilares intermediários (Figura 16) considera-se a compressão centrada para a situação de projeto, pois como as lajes e vigas são contínuas sobre o pilar, pode-se admitir que os momentos fletores transmitidos ao pilar sejam pequenos e desprezíveis. Não existem, portanto, os momentos fletores M_A e M_B de 1ª ordem nas extremidades do pilar, como descritos no item 7.3.

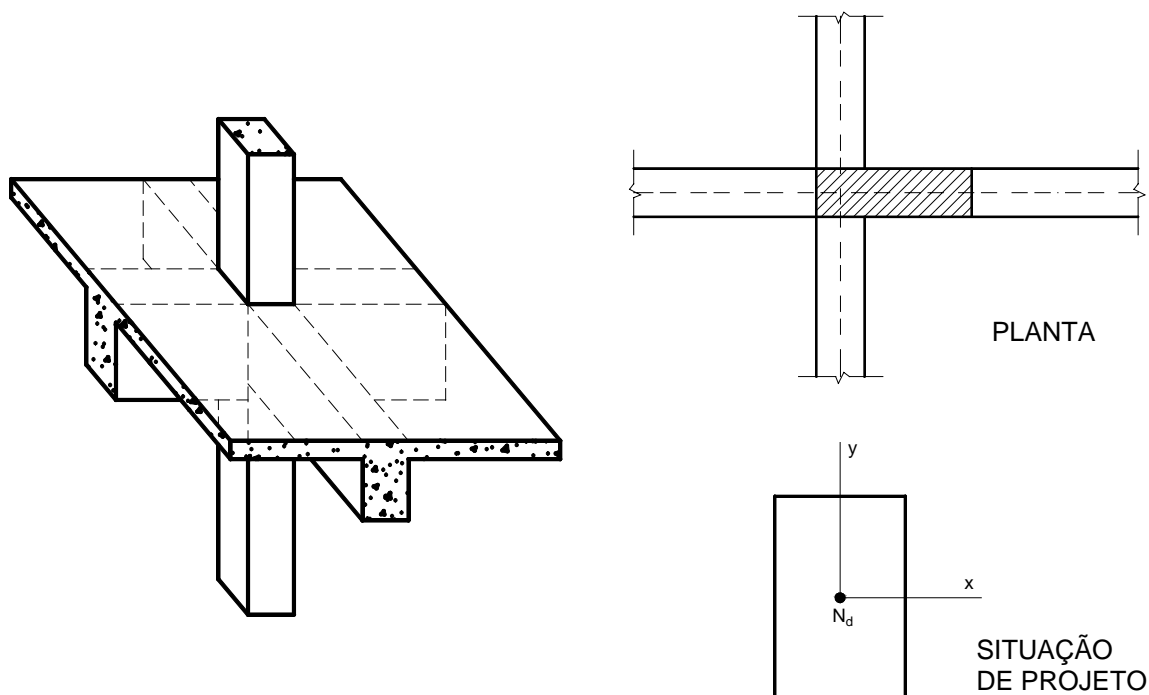


Figura 16 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários.

9.2 PILAR DE EXTREMIDADE

Os pilares de extremidade, de modo geral, encontram-se posicionados nas bordas dos edifícios, vindo daí o termo “ pilar de extremidade”, como mostrado na Figura 17. Na situação de projeto os pilares de extremidade estão submetidos à flexão composta normal, que decorre da interrupção, sobre o pilar, da viga perpendicular à borda de extremidade. Existem, portanto, os momentos fletores M_A e M_B de 1ª ordem nas extremidades do lance do pilar, como descritos no item 7.3.

Nas seções do topo e da base dos pilares de extremidade ocorrem excentricidades e_1 de 1ª ordem, oriundas dos momentos fletores de 1ª ordem M_A e M_B , com valor:

$$e_{1,A} = \frac{M_A}{N_d} \quad \text{e} \quad e_{1,B} = \frac{M_B}{N_d} \quad (\text{Eq. 37})$$

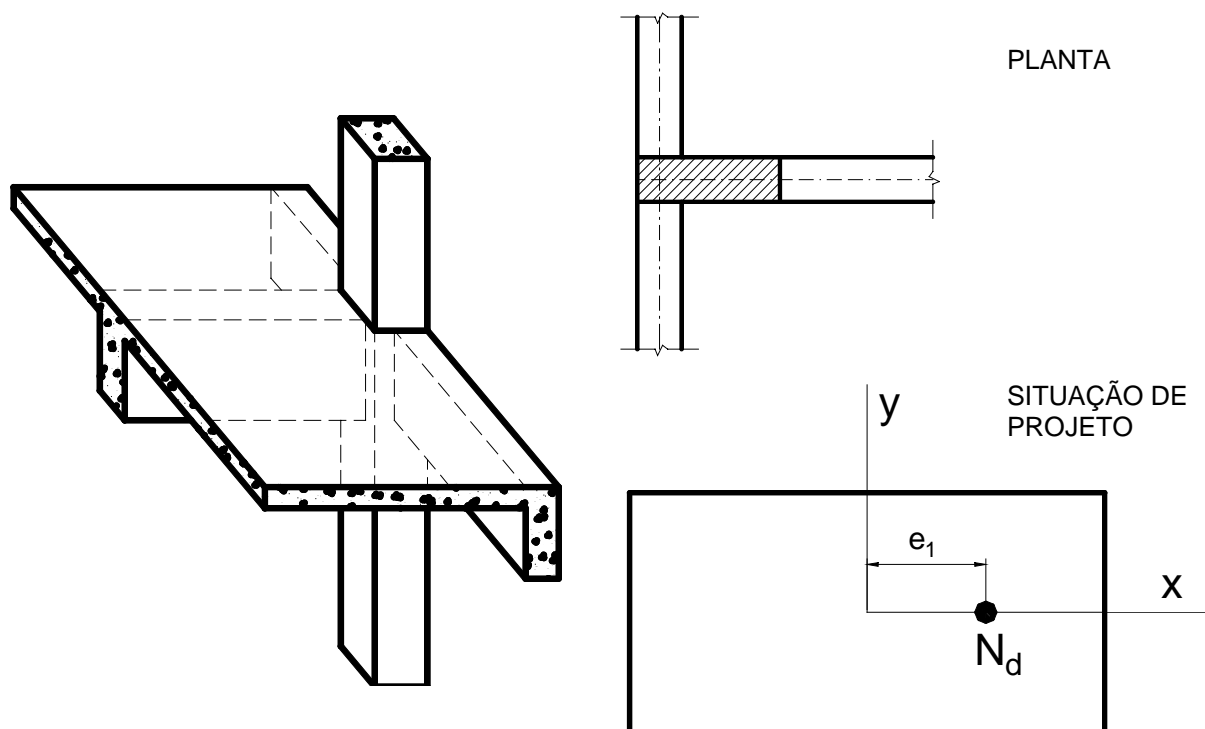


Figura 17 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade.

Os momentos fletores M_A e M_B de 1ª ordem devidos ao carregamento vertical são obtidos calculando-se os pilares em conjunto com as vigas formando pórticos ou então de uma maneira mais simples e que pode ser feita manualmente, com a aplicação das equações já apresentadas na apostila de “Vigas de Concreto Armado”, de BASTOS (2005). Conforme a Figura 18 os momentos fletores inferior e superior no pilar são calculados pelas expressões:

$$M_{\text{inf}} = M_{\text{eng}} \frac{r_{\text{inf}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}} \quad (\text{Eq. 38})$$

$$M_{\text{sup}} = M_{\text{eng}} \frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}} \quad (\text{Eq. 39})$$

com: M_{eng} = momento fletor de ligação entre a viga e o pilar;
 $r = I/\ell$ = índice de rigidez relativa;
 I = momento de inércia da seção na direção considerada;
 ℓ = vão teórico da viga ou comprimento de flambagem do pilar.

O valor M_{eng} nas Eq. 38 e 39 pode ser calculado fazendo o vão extremo adjacente ao pilar como biengastado, ou pode também ser o momento resultante da viga vinculada ao pilar por meio de um engaste elástico (mola), como feito em BASTOS (2005).

Nos edifícios de pavimentos os momentos fletores que aparecem nos pilares são provenientes da superposição dos efeitos das vigas dos diferentes níveis (Figura 18). Considerando-se por exemplo o lance do pilar compreendido entre os pavimentos i e $i + 1$, os momentos fletores na base e no topo do lance são:

$$\begin{aligned} M_{\text{base}} &= M_{\text{sup},i} + 0,5 M_{\text{inf},i+1} \\ M_{\text{topo}} &= M_{\text{inf},i+1} + 0,5 M_{\text{sup},i} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 40})$$

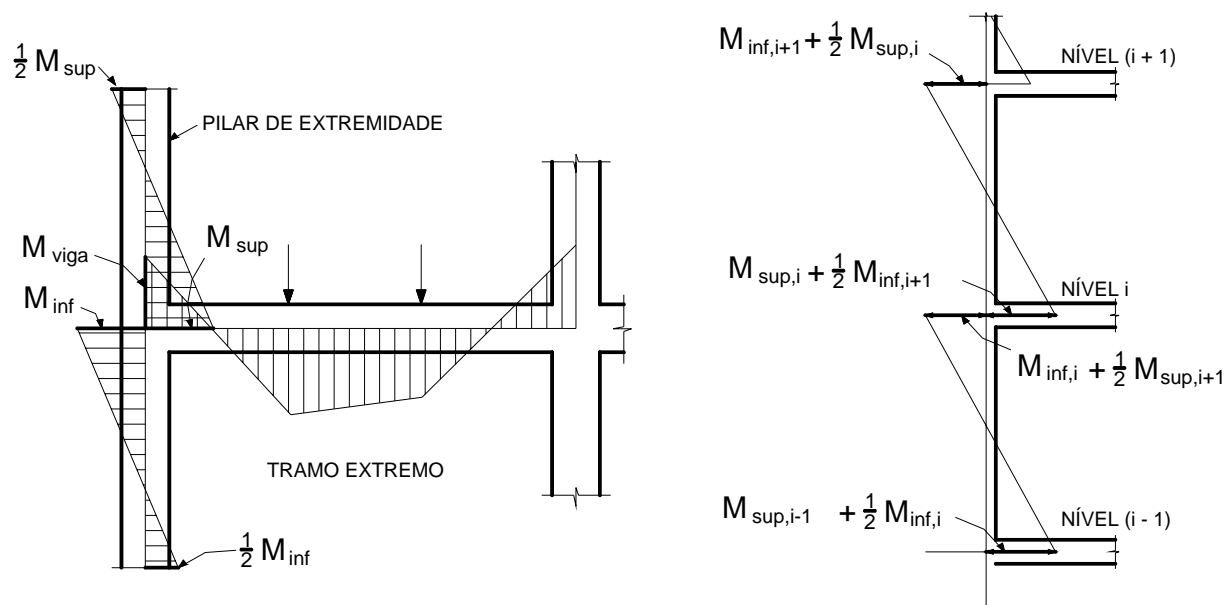


Figura 18 – Momentos fletores nos pilares provenientes da ligação com as vigas (FUSCO, 1981).

Os exemplos numéricos apresentados no item 18 mostram o cálculo dos momentos fletores solicitantes por meio das Eq. 38 a 41.

9.3 PILAR DE CANTO

De modo geral, os pilares de canto encontram-se posicionados nos cantos dos edifícios, vindo daí o termo “pilar de canto”, como mostrado na Figura 19. Na situação de projeto os pilares de canto estão submetidos à flexão composta oblíqua, que decorre da interrupção das vigas perpendiculares às bordas do pilar. Existem, portanto, os momentos fletores M_A e M_B (item 7.3) de 1ª ordem nas extremidades do pilar, nas suas duas direções. Esses momentos podem ser calculados da forma como apresentado nos pilares de extremidade.

Nas seções do topo e da base dos pilares de extremidade ocorrem excentricidades e_1 de 1ª ordem nas duas direções do pilar.

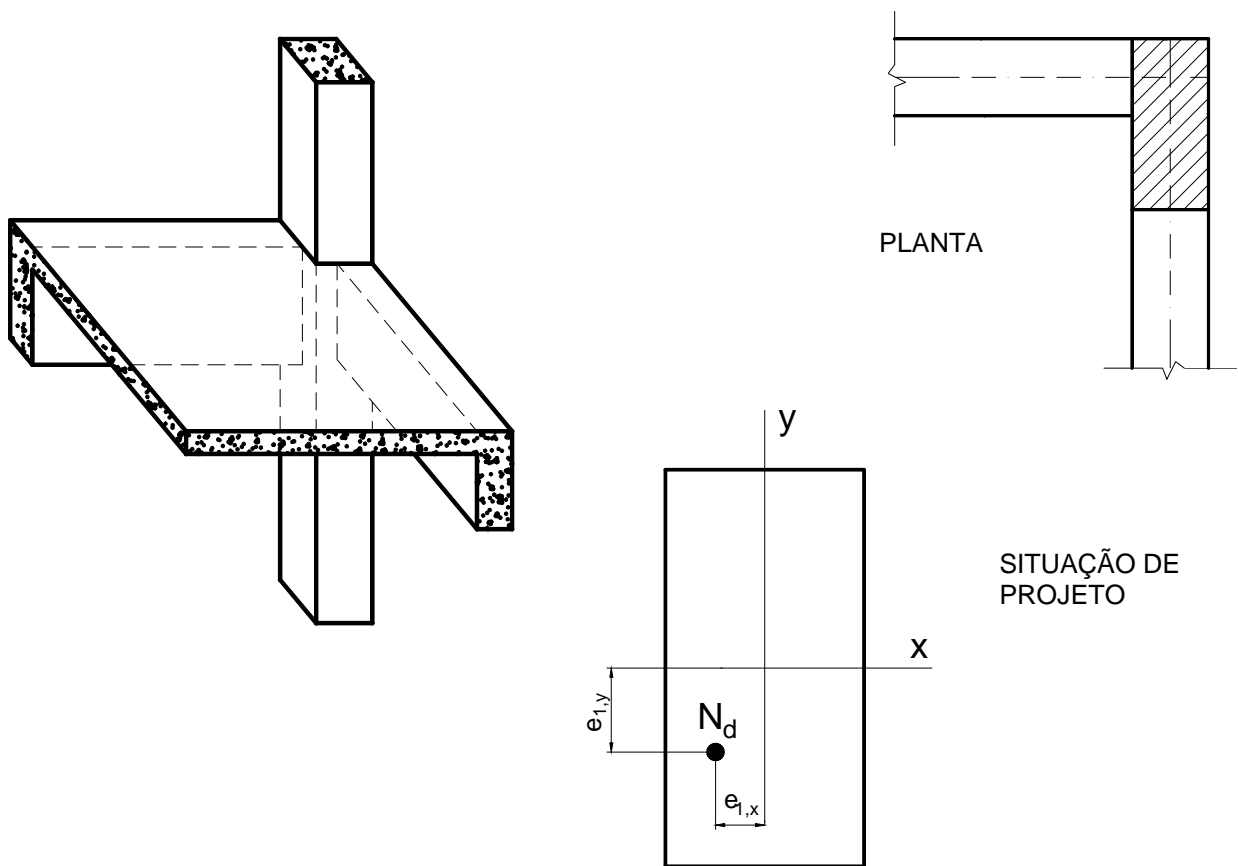


Figura 19 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto.

10. DETERMINAÇÃO DA SEÇÃO SOB O MÁXIMO MOMENTO FLETOR

Sendo constante a força normal de cálculo (N_d) ao longo da altura do pilar, no cálculo de dimensionamento deve ser analisada qual seção do pilar estará submetida ao máximo momento fletor, seção essa que conduzirá a maior armadura longitudinal no pilar. Normalmente basta verificar as seções de extremidade (topo e base) e uma seção intermediária C, onde atua o máximo momento fletor de 2ª ordem (M_{2d}). A Figura 20 mostra os casos de momentos fletores solicitantes mais comuns nos pilares. No caso do momento fletor ser variável, o valor máximo deve ser nomeado M_A e considerado positivo. O momento na outra extremidade será nomeado M_B e considerado negativo se tracionar a fibra oposta a de M_A .

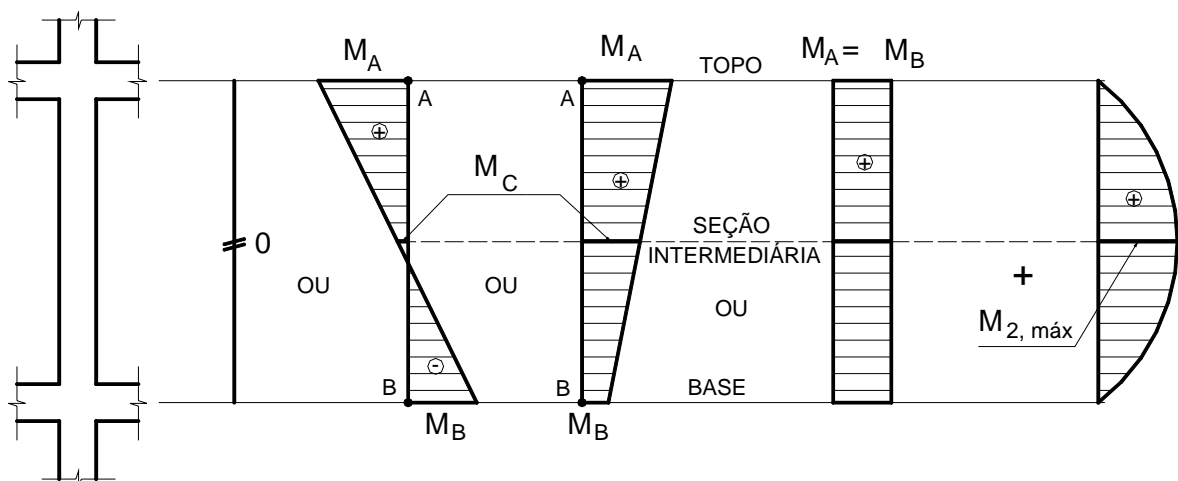


Figura 20 - Momentos fletores de 1ª ordem com o de 2ª ordem nas seções do lance do pilar.

Levando-se em conta que um momento fletor mínimo, como definido no item 7.3, deve ser obrigatoriamente considerado no pilar, os valores dos momentos fletores totais a serem considerados nas seções em cada direção principal do pilar são:

a) *Seções de Extremidade (topo ou base)*

$$M_{d,tot} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases} \quad (\text{Eq. 41})$$

b) *Seção Intermediária (C)*

$$M_{d,tot} \geq \begin{cases} M_{1d,C} + M_{2d} \\ M_{1d,min} + M_{2d} \end{cases} \quad (\text{Eq. 42})$$

Com o momento de 1ª ordem $M_{1d,C}$ avaliado conforme as relações:

$$M_{1d,C} \geq \begin{cases} 0,6 M_{1d,A} + 0,4 M_{1d,B} \\ 0,4 M_{1d,A} \end{cases} \quad (\text{Eq. 43})$$

11. SITUAÇÕES DE PROJETO E DE CÁLCULO

O cálculo dos pilares pode ser feito diretamente dos valores da força normal e do momento fletor total, como mostrado no item anterior, sem se calcular as excentricidades relativas aos momentos fletores solicitantes. Mas o cálculo pode também ser feito explicitando-se as excentricidades, que são função dos momentos fletores.

Nos itens seguintes estão mostradas as excentricidades que devem ser obrigatoriamente consideradas no dimensionamento dos pilares, em função do tipo de pilar (intermediário, de extremidade ou de canto) e para $\lambda_{m\acute{a}x} \leq 90$.

As excentricidades a serem consideradas são as seguintes:

a) *Excentricidade de 1ª ordem*

$$e_{1A} = \frac{M_{1d,A}}{N_d} \quad e_{1B} = \frac{M_{1d,B}}{N_d} \quad (\text{Eq. 44})$$

b) *Excentricidade mínima*

$$e_{1,min} = 1,5 + 0,03 h \quad \text{com } h \text{ em cm} \quad (\text{Eq. 45})$$

c) *Excentricidade de 2ª ordem*

$$e_2 = \frac{0,0005 \ell_e^2}{(v + 0,5)h} \quad (\text{Eq. 46})$$

com v definido na Eq. 19.

d) *Excentricidade de 1ª ordem na seção intermediária C*

$$e_{1C} \geq \begin{cases} 0,6 e_{1A} + 0,4 e_{1B} \\ 0,4 e_{1A} \end{cases} \quad (\text{Eq. 47})$$

11.1 PILAR INTERMEDIÁRIO

Nos pilares intermediários considera-se que não atuam momentos fletores de 1ª ordem, de modo que na situação de projeto ocorre a compressão simples ou uniforme, como mostrado na Figura 21. Se o pilar tiver $\lambda_{\text{máx}} \leq \lambda_1$ não existirão excentricidades de 2ª ordem, neste caso basta considerar a excentricidade mínima nas duas direções (x – 1ª situação de cálculo e y – 2ª situação de cálculo). No caso de existir excentricidade de 2ª ordem, ela deve ser somada à excentricidade mínima.

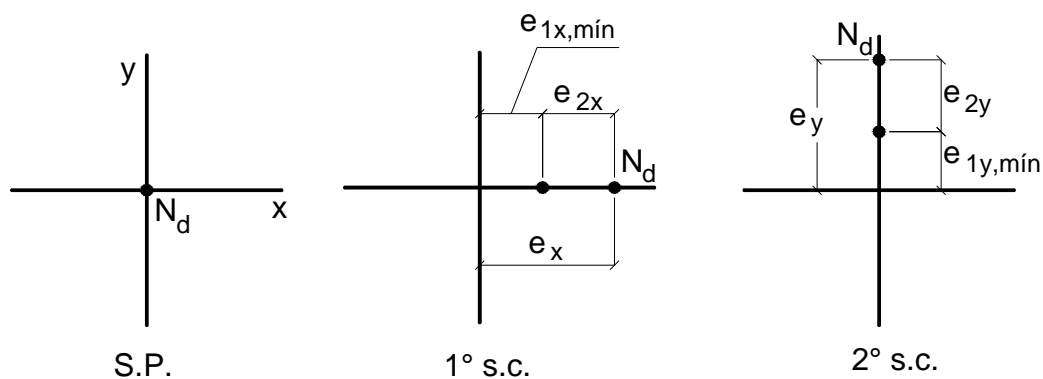


Figura 21 – Situação de projeto e de cálculo para os pilares intermediários.

Para cada situação de cálculo deve ser calculada uma armadura para o pilar, considerando-se, no entanto, um mesmo arranjo ou distribuição da armadura na seção transversal do pilar. Isso é importante porque a armadura final deve atender a todas as situações de cálculo existentes. Entre todas as armaduras calculadas deve ser escolhida a maior.

De modo geral, para os pilares retangulares fica fácil determinar qual a situação de cálculo que resultará na maior armadura, pois a maior excentricidade normalmente é na direção de menor rigidez do pilar.

11.2 PILARES DE EXTREMIDADE

Nos pilares de extremidade ocorre a flexão composta normal na situação de projeto, com a existência de excentricidade de 1ª ordem numa direção do pilar. As seções de extremidade e a seção intermediária C devem ser analisadas.

As Figuras 22 e 23 mostram as situações de cálculo para a seção de extremidade A e intermediária C, respectivamente. Devido aos apoios (ou vínculos) nos extremos do pilar, não existe o deslocamento horizontal nas seções de extremidade, ou seja, não ocorre excentricidade de 2ª ordem (e_2). Por outro lado, se $\lambda_{\text{máx}} \leq \lambda_1$, a excentricidade de 2ª ordem é pequena e por isso pode ser desprezada, segundo a NBR 6118/03. Se $\lambda_{\text{máx}} > \lambda_1$, a máxima excentricidade de 2ª ordem deve ser considerada na seção intermediária C, onde a excentricidade de 1ª ordem altera-se de $e_{1x,A}$ para $e_{1x,C}$ na situação de projeto.

Do mesmo modo como no pilar intermediário a armadura final do pilar será a maior calculada para cada situação de cálculo, considerando-se o mesmo arranjo das barras na seção transversal.

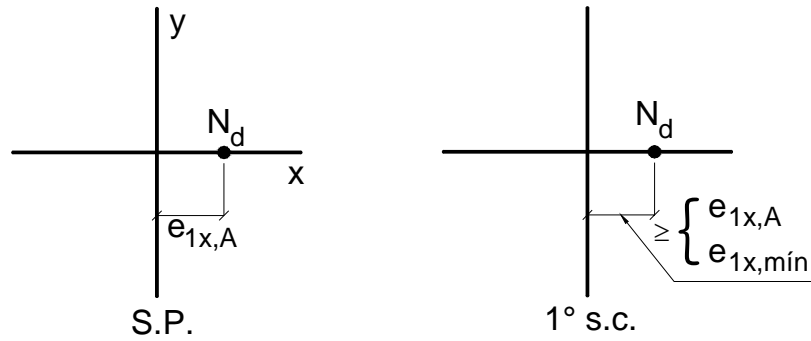


Figura 22 – Situação de projeto e de cálculo para as seções de extremidade dos pilares de extremidade.

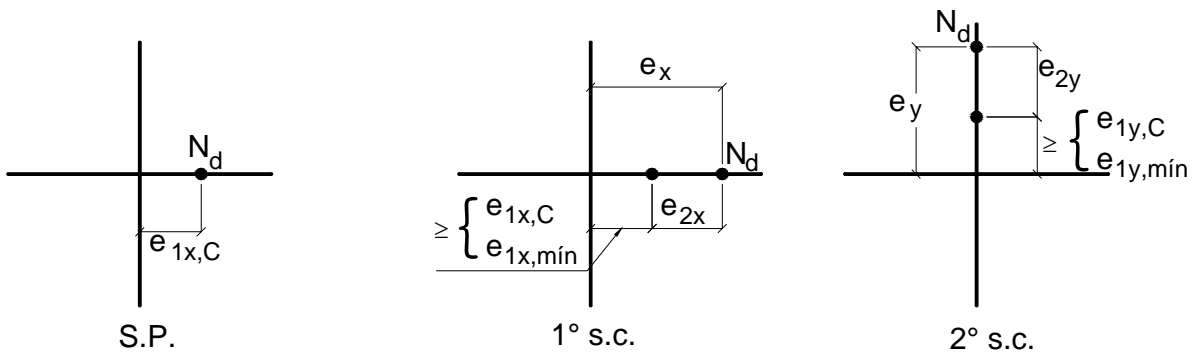


Figura 23 – Situação de projeto e de cálculo para a seção intermediária dos pilares de extremidade.

11.3 PILARES DE CANTO

Nos pilares de canto a solicitação de projeto é a flexão composta oblíqua, com a existência de excentricidade de 1ª ordem nas duas direções principais do pilar. Na seção de extremidade A, como mostrado na Figura 24, apenas uma situação de cálculo é suficiente, comparando-se as excentricidades de 1ª ordem com as excentricidades mínimas em cada direção.

Na seção intermediária C as excentricidades de 1ª ordem alteram-se de e_{1A} para e_{1C} , como apresentado na Figura 25. Existindo as excentricidades de 2ª ordem, elas devem ser acrescentadas às excentricidades de 1ª ordem, segundo a direção em que existir.

A armadura final do pilar será a maior calculada entre as situações de cálculo, considerando-se as barras distribuídas de modo idêntico no cálculo das armaduras.

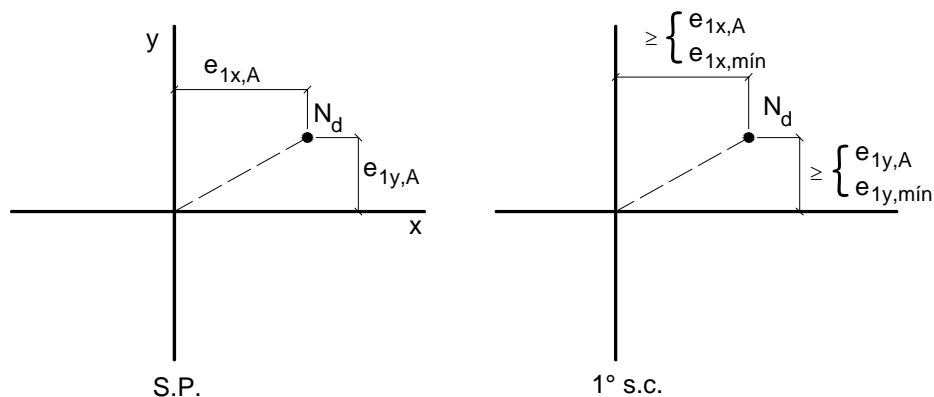


Figura 24 – Situação de projeto e de cálculo para as seções de extremidade dos pilares de canto.

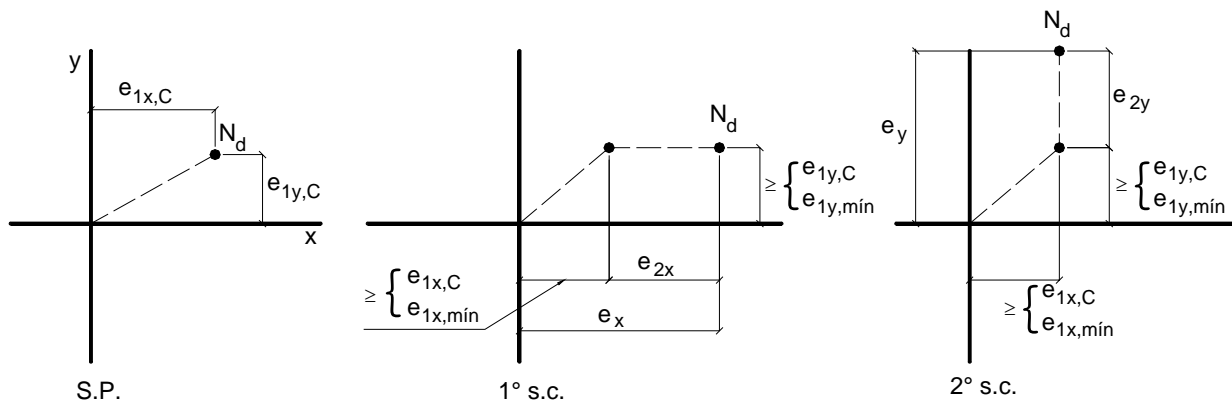


Figura 25 – Situação de projeto e de cálculo para a seção intermediária dos pilares de canto.

12. CÁLCULO DA ARMADURA COM AUXÍLIO DE ÁBACOS

No dimensionamento manual dos pilares os ábacos são imprescindíveis e importantíssimos, pois permitem a rápida determinação da taxa de armadura, sem que haja a necessidade de aplicar as equações teóricas da Flexão Composta Normal ou Oblíqua. Além disso, os ábacos proporcionam o fácil cálculo com diferentes arranjos da armadura na seção transversal.

Nesta apostila serão adotados os ábacos de VENTURINI (1987) para a Flexão Composta Normal e de PINHEIRO (1994) para a Flexão Composta Oblíqua.

Para cada caso de solicitação diversos ábacos podem ser utilizados para o cálculo da armadura do pilar. No entanto, deve ser escolhido o ábaco que resultar na menor e , portanto, a armadura mais econômica.

12.1 FLEXÃO COMPOSTA NORMAL

A Figura 26 mostra a notação aplicada na utilização dos ábacos para a flexão composta normal. d' representa uma distância paralela à excentricidade entre a face da seção e o centro da barra do canto. De modo geral tem-se $d' = c + \phi_t + \phi_l/2$, com c = cobrimento de concreto, ϕ_t = diâmetro do estribo e ϕ_l = diâmetro da barra longitudinal.

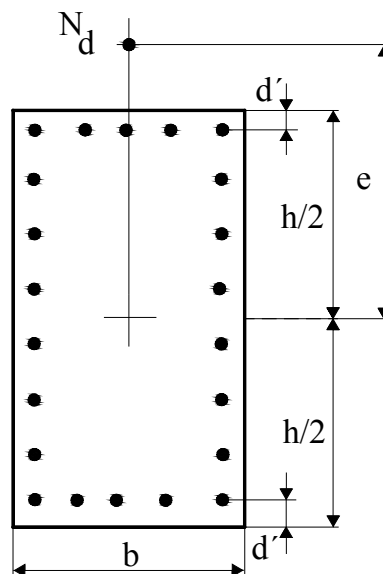


Figura 26 – Notação para a flexão composta normal (VENTURINI, 1987).

As equações para a construção dos ábacos foram apresentadas na publicação de PINHEIRO (1994).

A determinação da armadura é iniciada pelo cálculo dos esforços adimensionais v - ni e μ - mi. O valor adimensional v foi definido na Eq. 19, sendo aqui repetido:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}}, \text{ ou} \quad (\text{Eq. 48})$$

$$\mu = v \frac{e}{h} \quad (\text{Eq. 49})$$

com: N_d = força normal de cálculo;
 A_c = área da seção transversal;
 f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão (f_{ck}/γ_c);
 $M_{d,tot}$ = momento fletor total de cálculo;
 h = dimensão do pilar na direção considerada;
 e = excentricidade na direção considerada.

Escolhida uma disposição construtiva para a armadura no pilar determina-se o ábaco a ser utilizado, em função do tipo de aço e do valor da relação d'/h . No ábaco, com o par v e μ obtém-se a taxa mecânica ω . A armadura é então calculada pela expressão:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} \quad (\text{Eq. 50})$$

12.2 FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA

A Figura 27 mostra a notação aplicada na utilização do ábacos para a flexão composta oblíqua. d'_x e d'_y têm o mesmo significado de d' , porém, cada um numa direção do pilar.

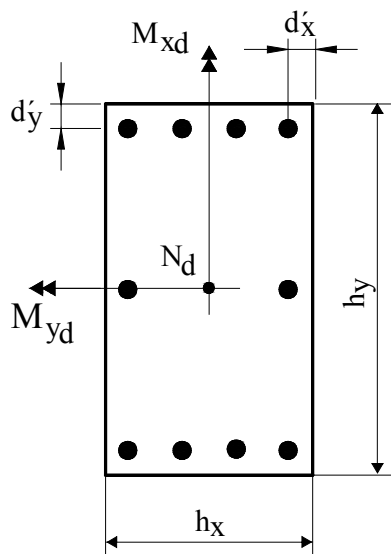


Figura 27 – Flexão composta oblíqua (PINHEIRO, 1994).

A determinação da armadura é iniciada pelo cálculo dos esforços adimensionais v e μ , com μ segundo as duas direções principais do pilar:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x A_c f_{cd}} = v \frac{e_x}{h_x} \quad (\text{Eq. 51})$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y A_c f_{cd}} = v \frac{e_y}{h_y} \quad (\text{Eq. 52})$$

Escolhida uma disposição construtiva para a armadura no pilar determina-se o ábaco a ser utilizado, em função do tipo de aço e dos valores das relações d'_x/h_x e d'_y/h_y . No ábaco, com o trio (v, μ_x, μ_y), obtém-se a taxa mecânica ω . A armadura é calculada pela Eq. 50:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}}$$

13. CÁLCULO DOS PILARES INTERMEDIÁRIOS

Apresenta-se o roteiro de cálculo dos chamados pilares intermediários, com a aplicação do “Método do pilar-padrão com curvatura aproximada” e do “Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada”. Em seguida são apresentados dois exemplos numéricos de aplicação.

13.1 ROTEIRO DE CÁLCULO

No pilar intermediário, devido à continuidade das vigas e lajes no pilar, tem-se: $M_A = M_B = 0$, em ambas as direções do pilar, o que leva a $M_{1d,A} = 0$ e $e_1 = 0$.

a) Esforços Solicitantes

$$A \text{ força normal de cálculo pode ser determinada como } N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k \quad (\text{Eq. 53})$$

onde:

N_k = força normal característica no pilar;

γ_n = coeficiente de majoração da força normal (ver Tabela 13.1 da NBR 6118/03);

γ_f = coeficiente de majoração da força normal, como definido na Tabela 11.1 da NBR 6118/03.

b) Índice de Esbeltez (Eq. 21 e 22)

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i}, \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}}, \quad \text{para seção retangular: } \lambda = \frac{3,46 \ell_e}{h}$$

c) Momento Fletor Mínimo (Eq. 33)

$$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h) \text{ com } h = \text{dimensão do pilar, em cm, na direção considerada.}$$

d) Esbeltez Limite (Eq. 27)

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

$e_1 = 0$ para pilar intermediário.

$\lambda \leq \lambda_1$ - não considera-se o efeito de 2ª ordem para a direção considerada;

$\lambda > \lambda_1$ - considera-se o efeito de 2ª ordem para a direção considerada.

e) Momento de 2ª Ordem

e1) Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada

Determina-se $M_{d,tot}$ pela Eq. 32:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,mín} \end{cases} \quad M_{1d,A} \geq M_{1d,mín}$$

e2) Método do Pilar-Padrão com Rigidez κ Aproximada

Determina-se $M_{d,tot}$ pela Eq. 36:

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,tot} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} = 0$$

13.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Os exemplos numéricos a seguir são de pilares intermediários, biapoiados, de nós fixos (contraventados) e sem forças transversais atuantes. Os cálculos serão feitos em função dos momentos fletores solicitantes e, a título de exemplo, serão feitos também em função das excentricidades, segundo as seções de extremidade e intermediária, como mostrado no item 11.

Os seguintes dados são comuns em todos os exemplos: concreto C20; aço CA-50 ; $d' = 4,0 \text{ cm}$; $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$.

13.2.1 Exemplo Numérico 1

Dimensionar a armadura longitudinal vertical do pilar mostrado na Figura 28, sendo conhecidos:

$$N_k = 785,7 \text{ kN}$$

$$\text{seção } 20 \times 50 \text{ (} A_c = 1.000 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$\ell_{ex} = \ell_{ey} = 280 \text{ cm}$$

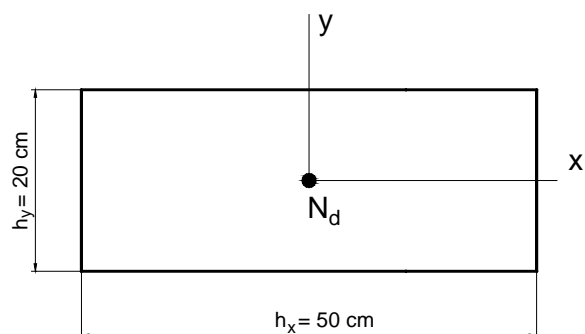


Figura 28 – Dimensões da seção transversal e situação de projeto.

RESOLUÇÃO

Embora a armadura longitudinal resultará do cálculo segundo a direção de menor rigidez do pilar (dir. y), a título de exemplo será demonstrado também o cálculo segundo a direção x.

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é (Eq. 53): $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 785,7 = 1.100 \text{ kN}$.

Tratando-se de um pilar intermediário, não existem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem em ambas as direções do pilar.

b) Índice de esbeltez (Eq. 22)

O índice de esbeltez deve ser calculado para as direções x e y, conforme os eixos mostrados na Figura 28. Procurou-se padronizar a notação, o que pode resultar diferenças em relação àquelas já estudadas nas disciplinas anteriores.

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{50} = 19,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

c) Momento fletor mínimo

O momento fletor mínimo, em cada direção, é calculado pela Eq. 33:

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm.

Dir. x: $M_{1d,\min,x} = 1100 (1,5 + 0,03 \cdot 50) = 3.300 \text{ kN.cm}$; $e_{1x,\min} = 3,00 \text{ cm}$

Dir. y: $M_{1d,\min,y} = 1100 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 2.310 \text{ kN.cm}$; $e_{1y,\min} = 2,10 \text{ cm}$

e) Esbeltez limite (Eq. 27)

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Nos pilares intermediários não ocorrem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem nas extremidades do pilar em ambas as direções x e y, isto é, $M_A = M_B = 0$. Daí resulta que α_b é igual a 1,0 (ver item 7.3). Assim:

$$\lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 25 \geq 35 \quad \therefore \quad \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$\lambda_x = 19,4 < \lambda_{1,x}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 48,4 > \lambda_{1,y}$ \therefore são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

e) Momento de 2ª ordem

O momento de 2ª ordem será avaliado pelos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

e1) Método do pilar-padrão com curvatura aproximada (Eq. 32)

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}$$

$$\text{Força normal adimensional (Eq. 19):} \quad v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1100}{1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,77$$

Curvatura segundo a direção y sujeita a esforços de 2ª ordem (Eq. 18):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,50)} = \frac{0,005}{20(0,77+0,5)} = 1,9685 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

A excentricidade de 2ª ordem na direção y é (Eq. 17):

$$e_{2y} = \frac{280^2}{10} 1,9685 \cdot 10^{-4} = 1,54 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} = M_{1d,\min}$ em cada direção, tem-se os momentos fletores totais em cada direção principal do pilar:

$$\text{Dir. x: } M_{d,\text{tot},x} = M_{1d,\min,x} = 3.300 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{d,\text{tot},y} = 1,0 \cdot 2310 + 1100 \frac{280^2}{10} 1,9685 \cdot 10^{-4} = 4.008 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,\text{tot},y} = 4.008 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,y} = 2.310 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas na Figura 29.

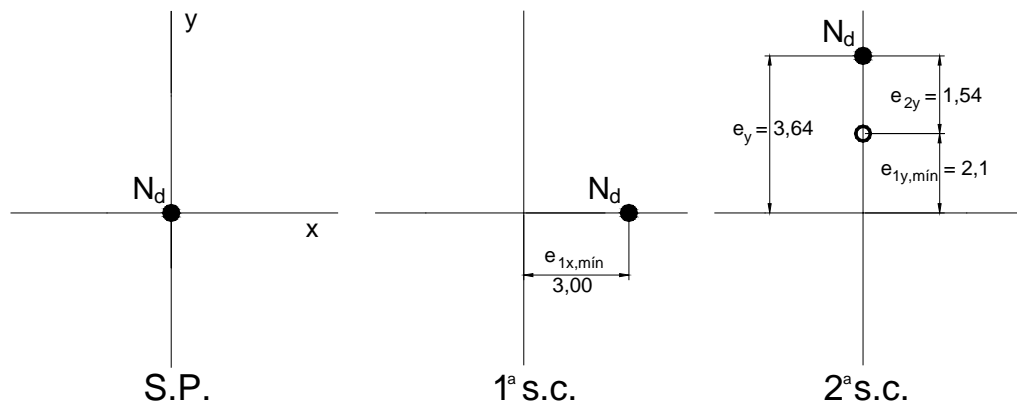


Figura 29 – Situações de projeto e de cálculo.

Com $v = 0,77$ e utilizando os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta faz-se o cálculo de μ (Eq. 48 ou 49) e d'/h , segundo as direções x e y:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,\text{tot},x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3300}{50 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,05 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,77 \frac{3,00}{50} = 0,05$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10 \quad \text{Ábaco A-25 } (\omega = 0,05)$$

Outros ábacos diferentes do A-25 poderiam ter sido utilizados. O ábaco A-25 é interessante porque não fixa o número de barras a serem dispostas na seção transversal, ele fixa apenas as faces do pilar que deverão alojar as barras da armadura. O ábaco A-25 também proporciona que as barras sejam distribuídas no lado maior do pilar.

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,\text{tot},y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4008}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,14 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,77 \frac{3,64}{20} = 0,14$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,38)$$

Para a solicitação na direção y o ábaco A-4 é compatível com o ábaco A-25 da direção x, pois proporciona o mesmo arranjo de barras do ábaco A-25 na seção transversal, ou seja, as barras distribuídas ao longo do lado maior do pilar. Para se chegar a essa conclusão deve-se comparar a direção das barras com a direção da excentricidade, fazendo-se a analogia com a 1ª s.c.

Portanto, a maior armadura é calculada para o maior valor de ω :

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,38 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 12,49 \text{ cm}^2$$

e2) Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

Aplicando a Eq. 36 numericamente para a direção y, com $M_{1d,A} = M_{1d,\min}$, tem-se:

$$\begin{aligned} 19200 M_{d,\text{tot}}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,\text{tot}} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} &= 0 \\ 19200 M_{d,\text{tot}}^2 + (3840 \cdot 20 \cdot 1100 - 48,4^2 \cdot 20 \cdot 1100 - 19200 \cdot 1,0 \cdot 2310) M_{d,\text{tot}} - & \\ - 3840 \cdot 1,0 \cdot 20 \cdot 1100 \cdot 2310 &= 0 \\ 19200 M_{d,\text{tot}}^2 - 11408320 M_{d,\text{tot}} - 1,951488 \cdot 10^{11} &= 0 \\ M_{d,\text{tot}}^2 - 594,2 M_{d,\text{tot}} - 10164000 &= 0 \end{aligned}$$

A raiz positiva da equação de 2º grau é:

$$M_{d,\text{tot}} = 3.500 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,y} = 2.310 \text{ kN.cm}$$

Com $\nu = 0,77$ e utilizando os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

$$\mu = \frac{M_{d,\text{tot},y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3500}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,12$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,30)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,30 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 9,86 \text{ cm}^2$$

13.2.2 Exemplo Numérico 2

Este segundo exemplo (Figura 30) é semelhante ao primeiro, com exceção da maior força normal de compressão. São conhecidos:

$$N_k = 1.071 \text{ kN}$$

$$\text{seção } 20 \times 50 \text{ (} A_c = 1.000 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

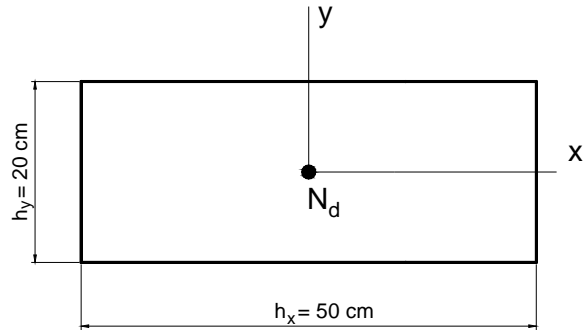


Figura 30 – Dimensões da seção transversal e situação de projeto.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

$$\text{A força normal de cálculo é: } N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 1071 = 1.500 \text{ kN.}$$

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{50} = 19,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

c) Momento fletor mínimo

O momento fletor mínimo em cada direção é:

$$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h), \text{ com } h \text{ em cm.}$$

$$\text{Dir. x: } M_{1d,\min,x} = 1500 (1,5 + 0,03 \cdot 50) = 4.500 \text{ kN.cm ; } e_{1x,\min} = 3,00 \text{ cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1d,\min,y} = 1500 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 3.150 \text{ kN.cm ; } e_{1y,\min} = 2,10 \text{ cm}$$

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Do mesmo modo como no exemplo anterior:

$$\lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 25 \geq 35 \quad \therefore \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$$\lambda_x = 19,4 < \lambda_{1,x} \quad \therefore \text{não são considerados os efeitos de } 2^{\text{a}} \text{ ordem na direção x;}$$

$$\lambda_y = 48,4 > \lambda_{1,y} \quad \therefore \text{são considerados os efeitos de } 2^{\text{a}} \text{ ordem na direção y.}$$

e) Momento de 2ª ordem

O momento de 2ª ordem será avaliado pelos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

e1) Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}$$

$$\text{Força normal adimensional: } v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1500}{1000 \frac{2,0}{1,4}} = 1,05$$

Curvatura segundo a direção y sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,50)} = \frac{0,005}{20(1,05+0,5)} = 1,6129 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{0,20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

A excentricidade de 2ª ordem na direção y é:

$$e_{2y} = \frac{280^2}{10} 1,6129 \cdot 10^{-4} = 1,26 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$ em cada direção, tem-se os momentos totais máximos:

Dir. x: $M_{d,\text{tot},x} = M_{1d,\min,x} = 4.500 \text{ kN.cm}$

Dir. y: $M_{d,\text{tot},y} = 1,0 \cdot 3150 + 1500 \frac{280^2}{10} 1,6129 \cdot 10^{-4} = 5.047 \text{ kN.cm}$

$$M_{d,\text{tot},y} = 5.047 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,y} = 3.150 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas na Figura 31.

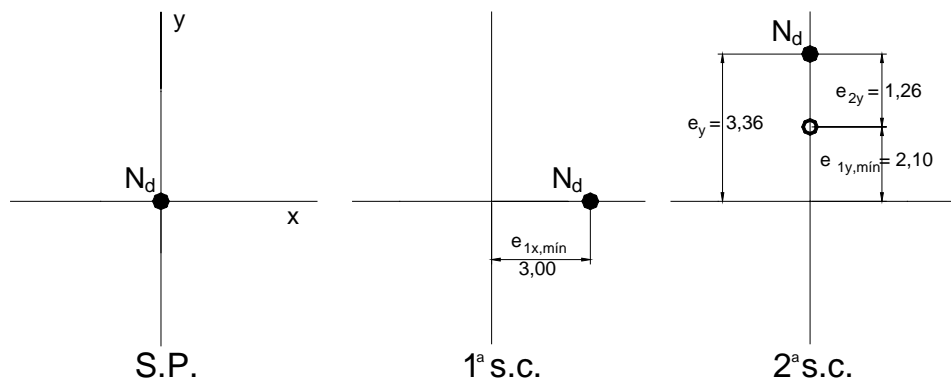


Figura 31 – Situações de projeto e de cálculo.

Com $v = 1,05$ e utilizando os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,\text{tot},x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4500}{50 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,06 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 1,05 \frac{3,00}{50} = 0,06$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10 \quad \text{Ábaco A-25} \quad (\omega = 0,38)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,\text{tot},y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{5047}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,18 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 1,05 \frac{3,36}{20} = 0,18$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,78)$$

A comparação entre os ábacos A-4 e A-25 apresentada no exemplo anterior vale também para este exemplo. A maior armadura resulta do maior valor encontrado para ω :

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,78 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 25,63 \text{ cm}^2$$

e2) Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

Aplicando a Eq. 36 numericamente para a direção y tem-se:

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,tot} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 \cdot 20 \cdot 1500 - 48,4^2 \cdot 20 \cdot 1500 - 19200 \cdot 1,0 \cdot 3150) M_{d,tot} - 3840 \cdot 1,0 \cdot 20 \cdot 1500 \cdot 3150 = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 - 15556800 M_{d,tot} - 3,6288 \cdot 10^{11} = 0$$

$$M_{d,tot}^2 - 810,25 M_{d,tot} - 18900000 = 0$$

A raiz positiva da equação de 2º grau é:

$$M_{d,tot} = 4.771 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min} = 3.150 \text{ kN.cm}$$

Com $\nu = 1,05$ e utilizando os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4771}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,17$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,76)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,76 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 24,97 \text{ cm}^2$$

Comparando-se com o Exemplo 1 nota-se um aumento considerável da armadura, em torno de 100 %, para um aumento de apenas 36 % para a força normal do exemplo 2.

Embora apenas dois exemplos numéricos tenham sido apresentados, pelos valores obtidos pode-se observar que o método da rigidez aproximada resulta armaduras inferiores ao método da curvatura aproximada. Para a força normal maior a diferença de armadura diminuiu de 21,1 % para 2,6 %.

14. CÁLCULO DOS PILARES DE EXTREMIDADE

Apresenta-se a seguir um roteiro de cálculo dos chamados pilares de extremidade, com a aplicação do “Método do pilar-padrão com curvatura aproximada” e do “Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada”. Em seguida são apresentados quatro exemplos numéricos de aplicação.

14.1 ROTEIRO DE CÁLCULO

a) Esforços Solicitantes

A força normal de cálculo pode ser determinada como $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k$
onde: N_k = força normal característica no pilar;

γ_n = coeficiente de majoração da força normal (ver Tabela 13.1 da NBR 6118/03);

γ_f = coeficiente de majoração da força normal, como definido na Tabela 11.1 da NBR 6118/03.

b) Índice de Esbeltez (Eq. 21 e 22)

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad , \text{ para seção retangular: } \lambda = \frac{3,46 \ell_e}{h}$$

c) Momento Fletor Mínimo (Eq. 33)

$$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h) \text{ com } h = \text{dimensão do pilar, em cm, na direção considerada.}$$

d) Esbeltez Limite (Eq. 27)

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad \frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

$e_1 \neq 0$ na direção da viga não contínua sobre o pilar de extremidade;

h = dimensão do pilar na mesma direção de e_1 ;

$\lambda \leq \lambda_1$ - não se considera o efeito de 2ª ordem para a direção considerada;

$\lambda > \lambda_1$ - se considera o efeito de 2ª ordem para a direção considerada.

e) Momento de 2ª Ordem

e1) Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada

Determina-se $M_{d,\text{tot}}$ pela Eq. 32:

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases} \quad M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

e2) Método do Pilar-Padrão com Rigidez κ Aproximada

Determina-se $M_{d,\text{tot}}$ pela Eq. 36:

$$19200 M_{d,\text{tot}}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,\text{tot}} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} = 0$$

14.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Os exemplos numéricos a seguir são de pilares de extremidade, biapoiados, de nós fixos (contraventados) e sem forças transversais atuantes. Os seguintes dados são comuns em todos os exemplos: concreto C20; aço CA-50 ; $d' = 4,0$ cm ; $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$.

14.2.1 Exemplo Numérico 1

Este exemplo é semelhante aquele encontrado em FUSCO (1981, p. 297), com a diferença das alterações do concreto de C15 para C20 e da largura do pilar, de 25 cm para 20 cm (Figura 32). São conhecidos:

$N_k = 1.110 \text{ kN}$
 $M_{d,x} = 2.170 \text{ kN.cm}$ ($e_{1x} = 1,40 \text{ cm}$)
 seção 20×70 ($A_c = 1.400 \text{ cm}^2$)
 $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$

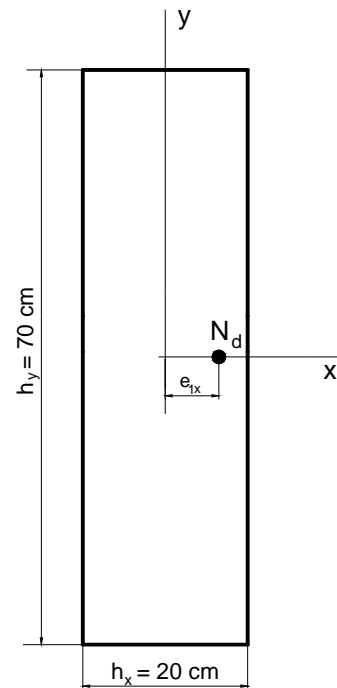
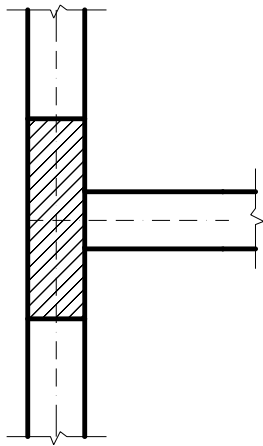


Figura 32 – Arranjo estrutural do pilar na planta de fôrma e dimensões da seção.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 1110 = 1.554 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar ($M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.170 \text{ kN.cm}$), que solicitam o pilar na direção x, em função de existir uma viga não contínua sobre o pilar na direção x (Figura 32):

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{70} = 13,8$$

c) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

Dir. x: $M_{1d,\min,x} = 1554 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 3.263,4 \text{ kN.cm}$; $e_{1x,\min} = 2,10 \text{ cm}$

Dir. y: $M_{1d,\min,y} = 1554 (1,5 + 0,03 \cdot 70) = 5.594,4 \text{ kN.cm}$; $e_{1y,\min} = 3,60 \text{ cm}$

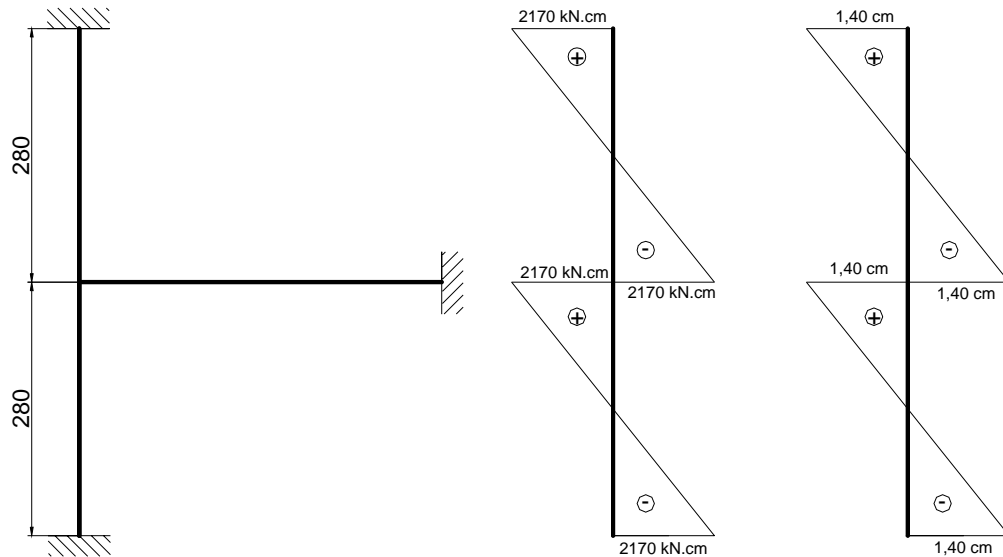


Figura 33 – Momentos fletores de cálculo de 1ª ordem e excentricidades no topo e na base do pilar na direção x.

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção x é 1,40 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem na direção x são $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.170 \text{ kN.cm}$, menores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva a $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,40}{20}}{1,0} = 25,9 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: Na direção y não ocorrem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem, portanto, $e_{1y} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{70}}{1,0} = 25,0 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$$\begin{aligned} \lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x} & \quad \therefore \text{são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;} \\ \lambda_y = 13,8 < \lambda_{1,y} & \quad \therefore \text{não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.} \end{aligned}$$

e) Momento de 2ª ordem

O momento fletor de 2ª ordem será avaliado pelos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

e1) Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,mín} \end{cases}$$

$$\text{Força normal adimensional: } v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1554}{1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,78$$

Curvatura segundo a direção x sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,50)} = \frac{0,005}{20(0,78+0,5)} = 1,953 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

A excentricidade de 2ª ordem na direção x é:

$$e_{2x} = \frac{280^2}{10} 1,953 \cdot 10^{-4} = 1,53 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$ em cada direção, tem-se o momento total máximo:

Dir. x:

$$M_{d,\text{tot},x} = 1,0 \cdot 3263,4 + 1554 \frac{280^2}{10} 1,953 \cdot 10^{-4} = 5.642,8 \geq M_{1d,\min,x} = 3.263,4 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,\text{tot},x} = 5.642,8 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,\text{tot},y} = M_{1d,\min,y} = 5.594,4 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 34 e 35.

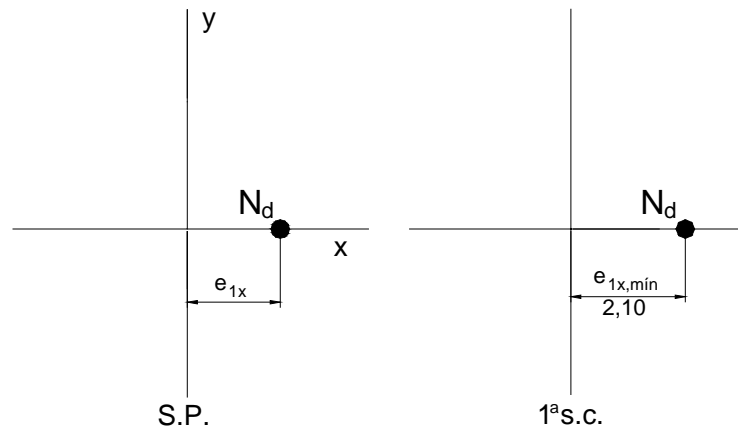


Figura 34 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

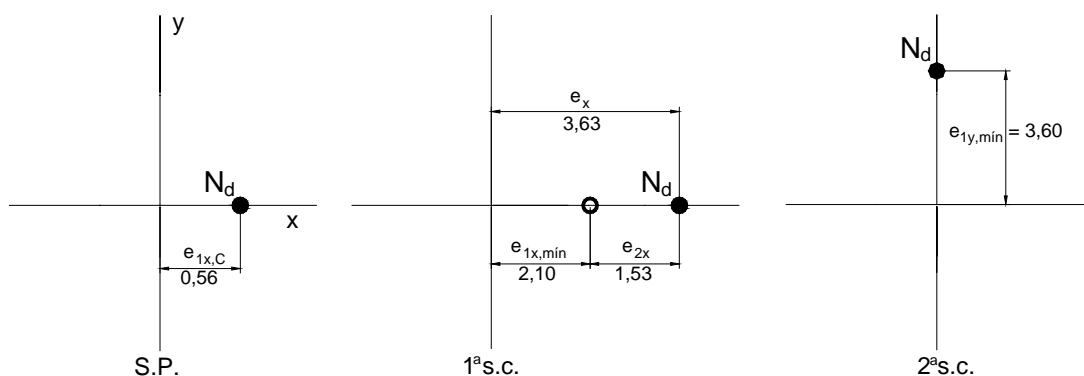


Figura 35 – Situações de projeto e de cálculo para a seção intermediária.

Das três situações de cálculo nota-se que a 1ª s.c. da seção intermediária é a que resulta na maior armadura para o pilar, pois, além de ser a maior excentricidade, solicita o pilar na sua direção de menor rigidez.

Com $v = 0,78$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{5642,8}{20 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,14 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,78 \frac{3,63}{20} = 0,14$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,40)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{5594,4}{70 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,04 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,78 \frac{3,60}{70} = 0,04$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{70} = 0,06 \cong 0,05 \quad \text{Ábaco A-24} \quad (\omega = 0,08)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,40 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 18,40 \text{ cm}^2$$

e2) Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

O momento total na direção x é:

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,tot} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 \cdot 20 \cdot 1554 - 48,4^2 \cdot 20 \cdot 1554 - 19200 \cdot 1,0 \cdot 3263,4) M_{d,tot} - 3840 \cdot 1,0 \cdot 20 \cdot 1554 \cdot 3263,4 = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 - 16116845 M_{d,tot} - 389477652480 = 0$$

$$M_{d,tot}^2 - 839,4 M_{d,tot} - 20285294 = 0$$

A raiz positiva da equação de 2º grau é:

$$M_{d,tot,x} = 4.943,1 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,x} = 3.263,4 \text{ kN.cm}$$

Com $v = 0,78$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4943,1}{20 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,12$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,33)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,33 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 15,18 \text{ cm}^2$$

14.2.2 Exemplo Numérico 2

Este exemplo é também semelhante aquele encontrado em FUSCO (1981, p. 311), com a diferença das alterações do concreto de C15 para C20 e da largura do pilar de 25 cm para 20 cm (Figura 36). São conhecidos:

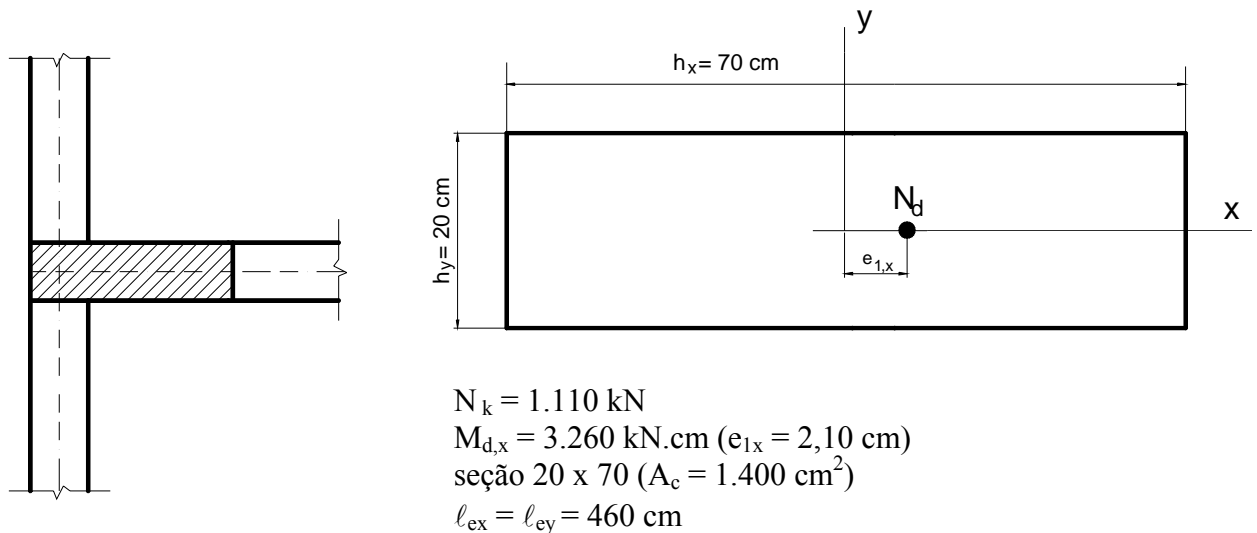


Figura 36 - Arranjo estrutural do pilar na planta de fôrma e dimensões da seção.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 1.110 = 1.554 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar ($M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 3.260 \text{ kN.cm}$), que solicitam o pilar na direção x, em função de existir uma viga não contínua sobre o pilar na direção x (Figura 37).

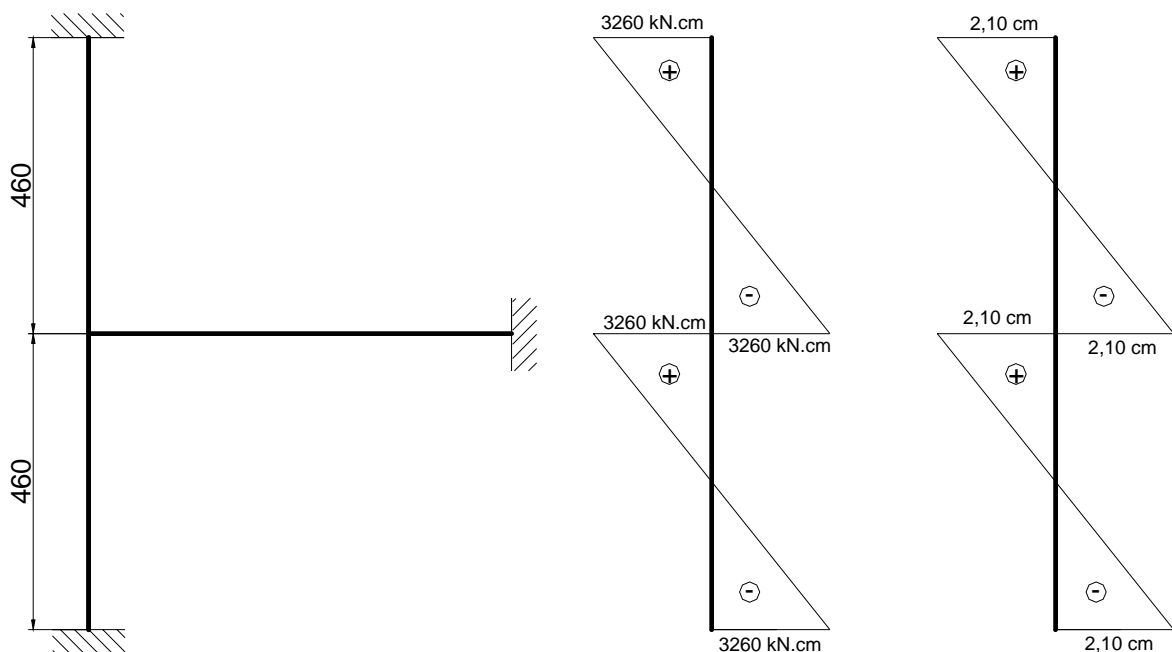


Figura 37 – Momentos fletores de cálculo de 1ª ordem e excentricidades no topo e na base do pilar na direção x.

b) Índice de esbeltez

Fazendo o cálculo como no exemplo anterior, resulta: $\lambda_x = 22,7$ e $\lambda_y = 79,6$.

c) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção, é:

Dir. x: $M_{1d,\min,x} = 1554 (1,5 + 0,03 \cdot 70) = 5.594,4 \text{ kN.cm}$; $e_{1x,\min} = 3,60 \text{ cm}$

Dir. y: $M_{1d,\min,y} = 1554 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 3.263,4 \text{ kN.cm}$; $e_{1y,\min} = 2,10 \text{ cm}$

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem na direção x (e_{1x}) é 2,10 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem na direção x ($M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 3.260 \text{ kN.cm}$) são menores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva a $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{2,10}{70}}{1,0} = 25,4 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: Na direção y não ocorrem momentos e excentricidades de 1ª ordem, portanto $e_{1y} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25,0 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$\lambda_x = 22,7 < \lambda_{1,x}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 79,6 > \lambda_{1,y}$ \therefore são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

e) Momento de 2ª ordem

O momento de 2ª ordem será avaliado pelos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

e1) Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}$$

A força normal adimensional e a curvatura (na direção y, sujeita a esforços de 2ª ordem) são os mesmos do exemplo anterior: $\nu = 0,78$ e $1/r = 1,953 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$.

A excentricidade de 2ª ordem na direção y é:

$$e_{2y} = \frac{460^2}{10} 1,953 \cdot 10^{-4} = 4,13 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$ em cada direção, tem-se o momento total máximo:

Dir. x:

$$M_{d,\text{tot},x} = 3.260,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,x} = 5.594,4 \text{ kN.cm} \quad \Rightarrow \quad \therefore M_{d,\text{tot},x} = 5.594,4 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,\text{tot},y} = 1,0 \cdot 3.263,4 + 1554 \frac{460^2}{10} 1,953 \cdot 10^{-4} = 9.685,4 \geq M_{1d,\min,y} = 3.263,4 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,\text{tot},y} = 9.685,4 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 38 e 39.

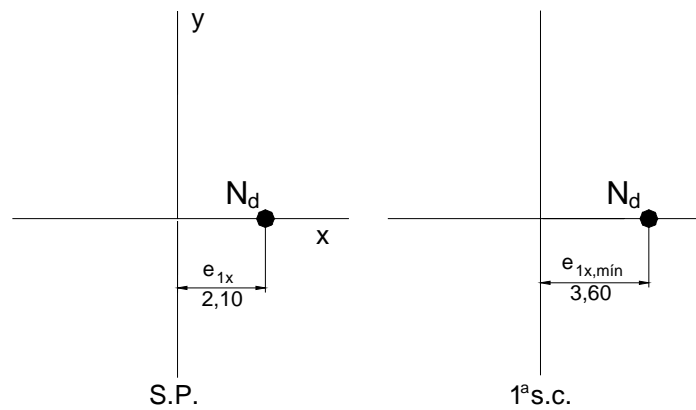


Figura 38 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

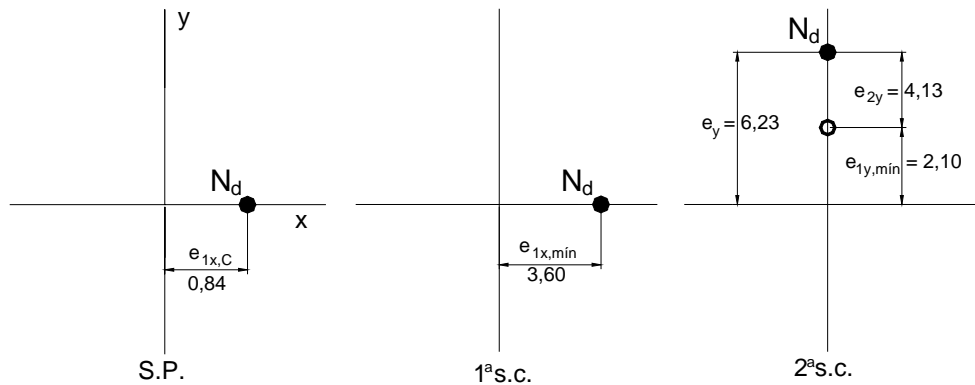


Figura 39 – Situações de projeto e de cálculo da seção intermediária.

Com $v = 0,78$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{5594,4}{70 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,04 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,78 \frac{3,60}{70} = 0,04$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{70} = 0,06 \cong 0,05 \quad \text{Ábaco A-24} \quad (\omega = 0,08)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{9685,4}{20 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,24 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,78 \frac{6,23}{20} = 0,24$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,79)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,79 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}}{50} = 36,34 \text{ cm}^2$$

e2) Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

O momento total na direção y, sujeita a momentos de 2ª ordem, é:

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{1d,A}) M_{d,tot} - 3840 \alpha_b h N_d M_{1d,A} = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 \cdot 20 \cdot 1554 - 79,6^2 \cdot 20 \cdot 1554 - 19200 \cdot 1,0 \cdot 3263,4) M_{d,tot} - 3840 \cdot 1,0 \cdot 20 \cdot 1554 \cdot 3263,4 = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 - 140237933 M_{d,tot} - 389477652480 = 0$$

$$M_{d,tot}^2 - 7304,1 M_{d,tot} - 20285294 = 0$$

A raiz positiva da equação de 2º grau é:

$$M_{d,tot} = 9.450,6 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 3.263,4 \text{ kN.cm}$$

Com $\nu = 0,78$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{9450,6}{20 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}} = 0,24$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,79)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,79 \cdot 1400 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 36,34 \text{ cm}^2$$

14.2.3 Exemplo Numérico 3

São conhecidos (Figura 40):

$$\begin{aligned} N_k &= 500 \text{ kN} \\ M_{1d,A,y} &= M_{1d,B,y} = 7.000 \text{ kN.cm} \\ e_{1y,A} &= e_{1y,B} = 10,0 \text{ cm} \\ \text{seção } 20 \times 40 & (A_c = 800 \text{ cm}^2) \\ \ell_{ex} &= \ell_{ey} = 280 \text{ cm} \end{aligned}$$

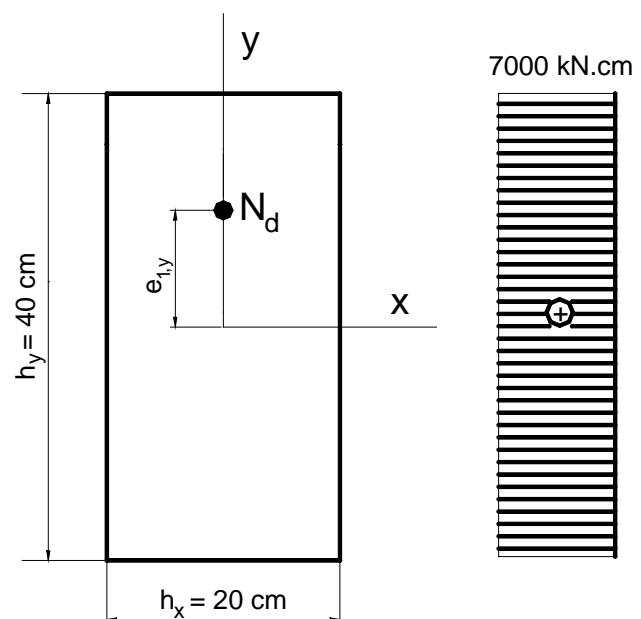


Figura 40 – Dimensões da seção transversal e momentos fletores de 1ª ordem.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 500 = 700$ kN. Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar ($M_{1d,A,y} = M_{1d,B,y} = 7.000$ kN.cm), que solicitam o pilar na direção y (Figura 40).

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4 \quad \text{e} \quad \lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{40} = 24,2$$

c) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. Assim, o momento mínimo, em cada direção é:

Dir. x: $M_{1d,\min,x} = 700 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 1.470,0$ kN.cm ; $e_{1x,\min} = 2,10$ cm

Dir. y: $M_{1d,\min,y} = 700 (1,5 + 0,03 \cdot 40) = 1.890,0$ kN.cm ; $e_{1y,\min} = 2,70$ cm

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: Nesta direção não ocorrem momentos e excentricidades de 1ª ordem, portanto $e_{1x} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25,0 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem nesta direção (e_{1y}) é 10,0 cm, e os momentos fletores de 1ª ordem são $M_{1d,A,y} = M_{1d,B,y} = 7.000$ kN.cm, maiores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva ao cálculo de α_b e de $\lambda_{1,y}$:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{7000}{7000} = 1,0$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{10,0}{40}}{1,0} = 28,1 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$\lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x}$ \therefore são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 24,2 < \lambda_{1,y}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

e) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}$$

$$\text{Força normal adimensional: } v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{700}{800 \frac{2,0}{1,4}} = 0,61$$

Dir. x:

Curvatura segundo a direção x sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,50)} = \frac{0,005}{20(0,61 + 0,5)} = 0,0002252 \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 0,00025 \text{ cm}^{-1}$$

A excentricidade de 2ª ordem na direção x é:

$$e_{2x} = \frac{280^2}{10} 0,0002252 = 1,77 \text{ cm}$$

$$M_{d,tot,x} = 1,0 \cdot 1470,0 + 700 \frac{280^2}{10} 0,0002252 = 2.705,9 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,x} = 1.470,0 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,tot,x} = 2.705,9 \text{ kN.cm}$$

Dir. y: Nesta direção o pilar deve ser dimensionado para o máximo momento fletor que ocorre nas extremidades do topo e da base, sem se acrescentar o momento mínimo.

$$M_{d,tot,y} = 7.000,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 1.890,0 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 41 e 42.

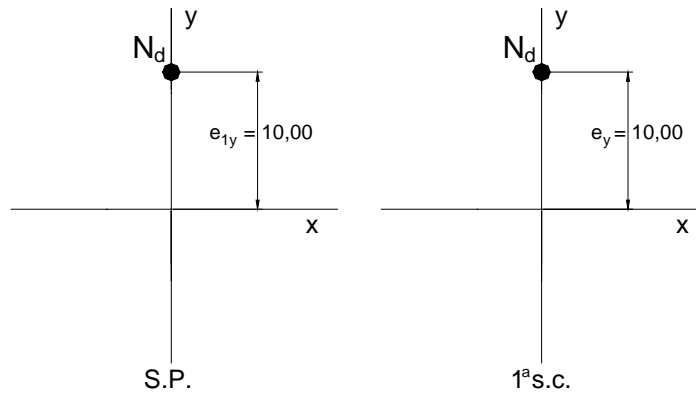


Figura 41 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

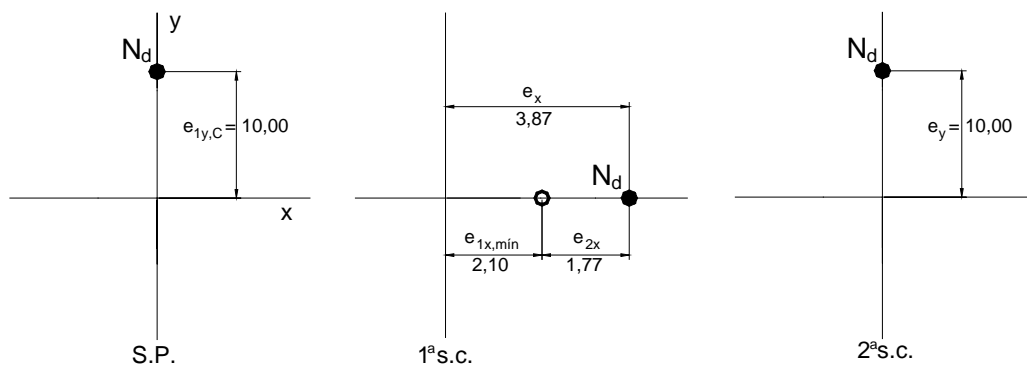


Figura 42 – Situações de projeto e de cálculo da seção intermediária.

Com $v = 0,61$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2705,9}{20 \cdot 800 \frac{2,0}{1,4}} = 0,12 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,61 \frac{3,87}{20} = 0,12$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-29} \quad (\omega = 0,20)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{7000,0}{40 \cdot 800 \frac{2,0}{1,4}} = 0,15 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,61 \frac{10,00}{40} = 0,15$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{40} = 0,10 \quad \text{Ábaco A-27} \quad (\omega = 0,28)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,28 \cdot 800 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 7,36 \text{ cm}^2$$

14.2.4 Exemplo Numérico 4

Este exemplo é semelhante ao anterior, com a diferença do momento fletor que agora não é constante ao longo da altura do pilar, como mostrado na Figura 43. São conhecidos:

$$N_k = 500 \text{ kN}$$

$$M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 7.000 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1y,A} = -e_{1y,B} = 10,0 \text{ cm}$$

$$\text{seção } 20 \times 40 \text{ (} A_c = 800 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

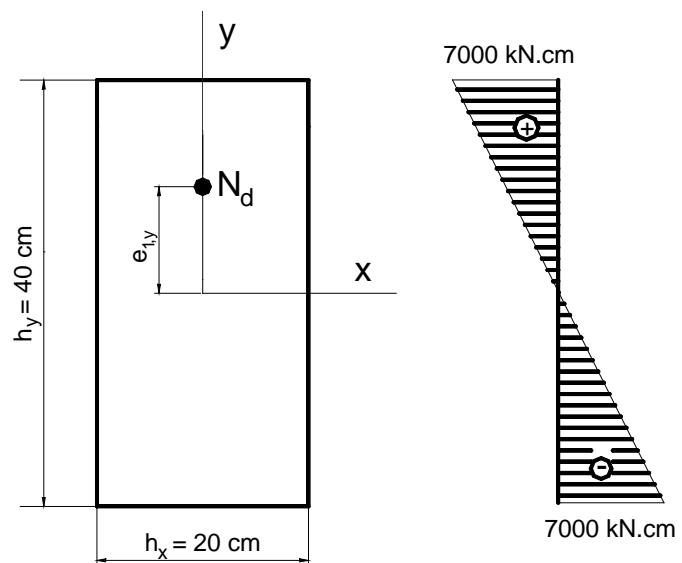


Figura 43 – Dimensões da seção transversal e momentos fletores de 1ª ordem.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

$$\text{A força normal de cálculo é: } N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 500 = 700 \text{ kN.}$$

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos da base e do topo do pilar ($M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 7.000 \text{ kN.cm}$), que solicitam o pilar na direção y (Figura 43).

b) Índice de esbeltez

$$\text{Como calculados no exemplo anterior: } \lambda_x = 48,4 \text{ e } \lambda_y = 24,2.$$

c) Momento fletor mínimo

O momento fletor mínimo, em cada direção é:

$$\text{Dir. x: } M_{1d,\min,x} = 700 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 1.470,0 \text{ kN.cm} ; e_{1x,\min} = 2,10 \text{ cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1d,\min,y} = 700 (1,5 + 0,03 \cdot 40) = 1.890,0 \text{ kN.cm} ; e_{1y,\min} = 2,70 \text{ cm}$$

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: Nesta direção não ocorrem momentos e excentricidades de 1ª ordem, portanto $e_{1x} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25,0 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: As excentricidades de 1ª ordem nesta direção são $e_{1y,A} = 10,0$ cm e $e_{1y,B} = -10,0$ cm. Os momentos fletores de 1ª ordem são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 7.000$ kN.cm, maiores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva ao cálculo de α_b e de $\lambda_{1,y}$:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{(-7000)}{7000} = 0,2 \geq 0,4 \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{10,0}{40}}{0,4} = 70,3 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 70,3$$

Desse modo:

$\lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x}$ \therefore são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 24,2 < \lambda_{1,y}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

e) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}$$

Como no exemplo anterior, a força normal adimensional é $\nu = 0,61$ e a curvatura $1/r$ na direção x é $0,0002252 \text{ cm}^{-1}$.

A excentricidade de 2ª ordem na direção x é:

$$e_{2x} = \frac{280^2}{10} 0,0002252 = 1,77 \text{ cm}$$

Dir. x:

$$M_{d,\text{tot},x} = 1,0 \cdot 1470,0 + 700 \frac{280^2}{10} 0,0002252 = 2.705,9 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,x} = 1.470,0 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,\text{tot},x} = 2.705,9 \text{ kN.cm}$$

Dir. y: Nesta direção o pilar deve ser dimensionado para o máximo momento fletor que ocorre nas extremidades do topo e da base, sem se acrescentar o momento mínimo.

$$M_{d,\text{tot},y} = 7.000,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,y} = 1.890,0 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 44 e 45.

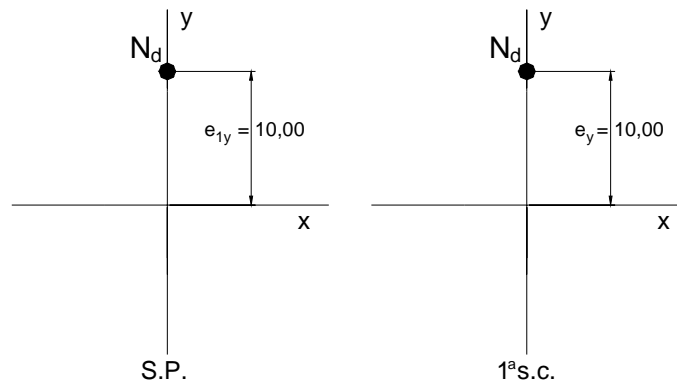


Figura 44 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

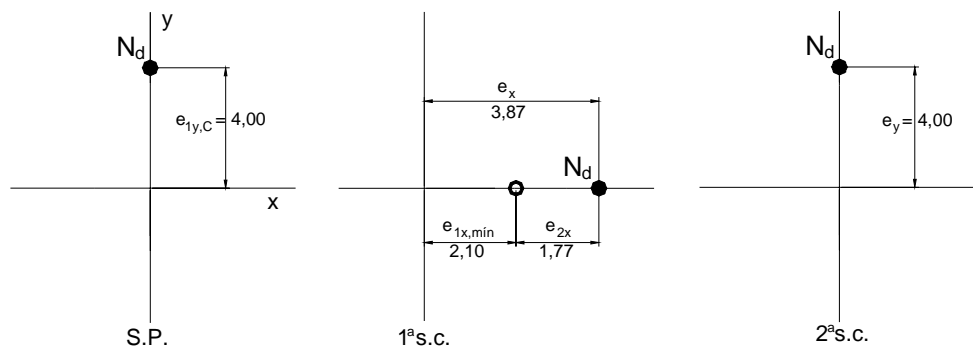


Figura 45 – Situações de projeto e de cálculo da seção intermediária.

Com $\nu = 0,61$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:
Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2705,9}{20 \cdot 800 \frac{2,0}{1,4}} = 0,12 \quad \text{ou} \quad \mu = \nu \frac{e_x}{h_x} = 0,61 \frac{3,87}{20} = 0,12$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-29} \quad (\omega = 0,20)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{7000,0}{40 \cdot 800 \frac{2,0}{1,4}} = 0,15 \quad \text{ou} \quad \mu = \nu \frac{e_y}{h_y} = 0,61 \frac{10,00}{40} = 0,15$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{40} = 0,10 \quad \text{Ábaco A-27} \quad (\omega = 0,28)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,28 \cdot 800 \frac{2,0}{1,4}}{50} = 7,36 \text{ cm}^2$$

15. CÁLCULO DOS PILARES DE CANTO

Apresenta-se a seguir um roteiro de cálculo dos chamados pilares de canto, com a aplicação do “Método do pilar-padrão com curvatura aproximada”. Outros métodos de cálculo constantes da nova norma não são apresentados neste trabalho. Três exemplos numéricos de aplicação são apresentados na seqüência.

15.1 ROTEIRO DE CÁLCULO

a) Esforços Solicitantes

A força normal de cálculo pode ser determinada como $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k$

onde: N_k = força normal característica no pilar;

γ_n = coeficiente de majoração da força normal (ver Tabela 13.1 da NBR 6118/03);

γ_f = coeficiente de majoração da força normal, como definido na Tabela 11.1 da NBR 6118/03.

b) Índice de Esbeltez (Eq. 21 e 22)

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad , \text{ para seção retangular: } \lambda = \frac{3,46 \ell_e}{h}$$

c) Momento Fletor Mínimo (Eq. 33)

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$ com h = dimensão do pilar, em cm, na direção considerada.

d) Esbeltez Limite (Eq. 27)

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

$e_1 \neq 0$ na direção da viga não contínua sobre o pilar de extremidade;

h = dimensão do pilar na mesma direção de e_1 ;

$\lambda \leq \lambda_1$ - não se considera o efeito de 2ª ordem para a direção considerada;

$\lambda > \lambda_1$ - se considera o efeito de 2ª ordem para a direção considerada.

e) Momento de 2ª Ordem

Determina-se $M_{d,\text{tot}}$ pela Eq. 32:

$$M_{d,\text{tot}} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases} \quad M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

15.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Os exemplos numéricos a seguir são de pilares de canto, biapoiados, de nós fixos (contraventados) e sem forças transversais atuantes. Os seguintes dados são comuns em todos os exemplos: concreto C20; aço CA-50 ; $d^2 = 4,0 \text{ cm}^2$; $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$.

15.2.1 Exemplo Numérico 1

Este exemplo é semelhante aquele encontrado em FUSCO (1981, p. 313), com a diferença das alterações do concreto de C15 para C20 e da largura do pilar, de 25 cm para 20 cm (Figura 46). São conhecidos:

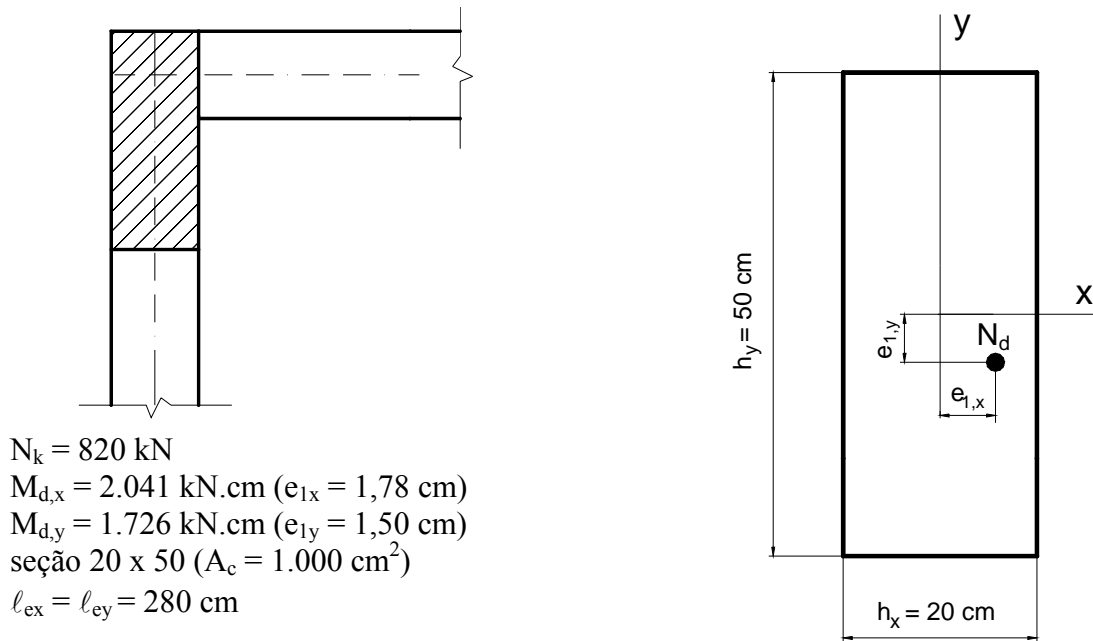


Figura 46 – Arranjo estrutural do pilar na planta de fôrma e dimensões da seção.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 820 = 1.148 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, $M_{1d,A,x} = - M_{1d,B,x} = 2.041 \text{ kN.cm}$ na direção x, e $M_{1d,A,y} = - M_{1d,B,y} = 1.726 \text{ kN.cm}$ na direção y (Figura 47), em função de existirem duas vigas não contínuas sobre o pilar nas direções x e y.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{50} = 19,4$$

c) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

$$\text{Dir. x: } M_{1d,\min,x} = 1148 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 2.410,8 \text{ kN.cm} ; e_{1x,\min} = 2,10 \text{ cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1d,\min,y} = 1148 (1,5 + 0,03 \cdot 50) = 3.444,0 \text{ kN.cm} ; e_{1y,\min} = 3,00 \text{ cm}$$

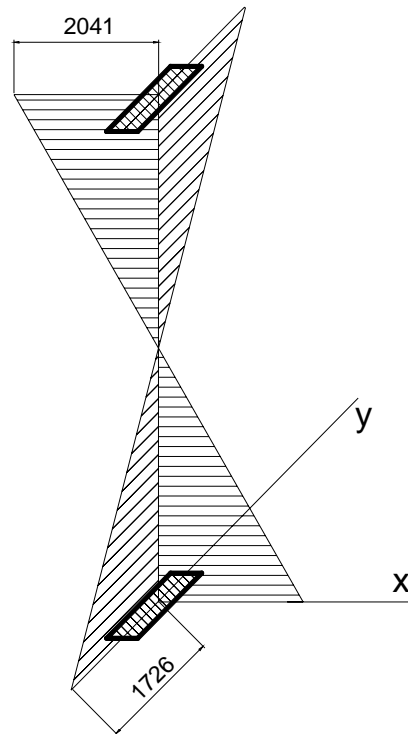


Figura 47 – Momentos fletores de 1ª ordem de cálculo (kN.cm) nas direções x e y.

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção x é 1,78 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.041$ kN.cm, menores que o momento fletor mínimo, o que leva a $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,78}{20}}{1,0} = 26,1 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção y é 1,50 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 1.726$ kN.cm, menores que o momento fletor mínimo, o que leva também a $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,50}{50}}{1,0} = 25,4 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$$\begin{aligned} \lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x} & \quad \therefore \text{são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;} \\ \lambda_y = 19,4 < \lambda_{1,y} & \quad \therefore \text{não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.} \end{aligned}$$

e) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

Força normal adimensional:
$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1148}{1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,80$$

Curvatura segundo a direção x sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,50)} = \frac{0,005}{20(0,80 + 0,5)} = 1,923 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

A excentricidade de 2ª ordem na direção x é:

$$e_{2x} = \frac{280^2}{10} 1,923 \cdot 10^{-4} = 1,51 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$ em cada direção, tem-se o momento total máximo:

Dir. x:

$$M_{d,\text{tot},x} = 1,0 \cdot 2410,8 + 1148 \frac{280^2}{10} 0,0001923 = 4.141,6 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,x} = 2.410,8$$

$$\therefore M_{d,\text{tot},x} = 4.141,6 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,\text{tot},y} = 1.726,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,\min,y} = 3.444,0 \text{ kN.cm} \quad \Rightarrow \quad \therefore M_{d,\text{tot},y} = 3.444,0 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 48 e 49.

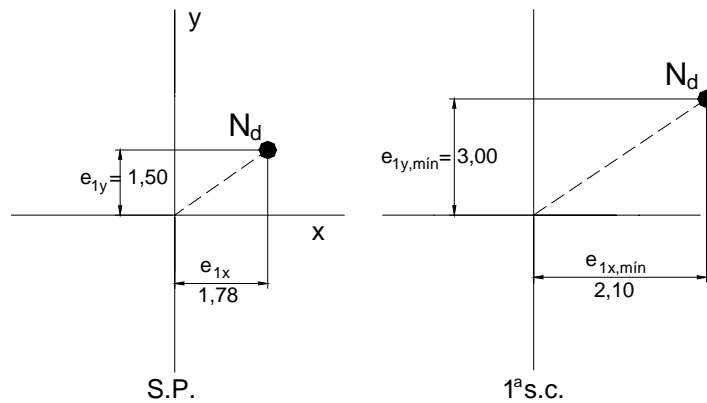


Figura 48 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

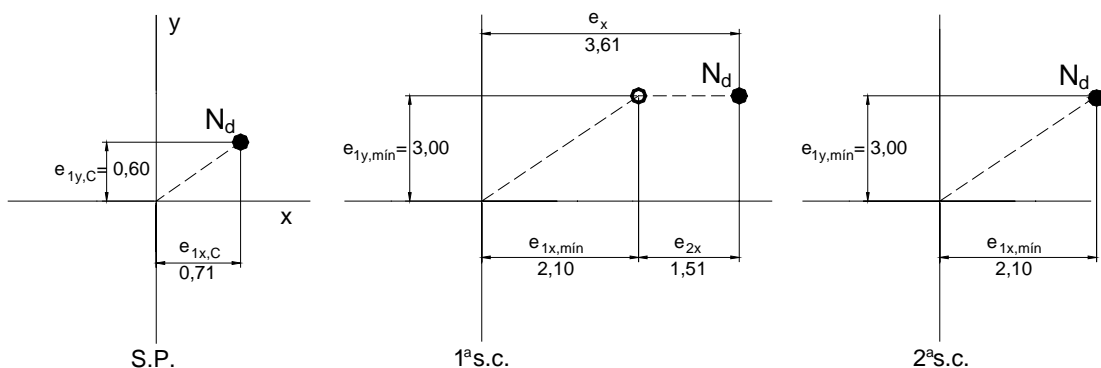


Figura 49 – Situações de projeto e de cálculo da seção intermediária.

Coefficientes adimensionais da flexão considerando a 1ª s.c. da seção intermediária:

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4141,6}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,14 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,80 \frac{3,61}{20} = 0,14$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3444,0}{50 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,05 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,80 \frac{3,00}{50} = 0,05$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10$$

Com $v = 0,80$ e utilizando o ábaco A-50 de PINHEIRO (1994) para flexão composta oblíqua, a taxa de armadura resulta $\omega = 0,50$. A armadura é:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,50 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 16,43 \text{ cm}^2$$

15.2.2 Exemplo Numérico 2

Este exemplo é semelhante aquele encontrado em FUSCO (1981, p. 321), com a diferença das alterações do concreto de C15 para C20 e da largura do pilar, de 25 cm para 20 cm (Figura 50). São conhecidos:

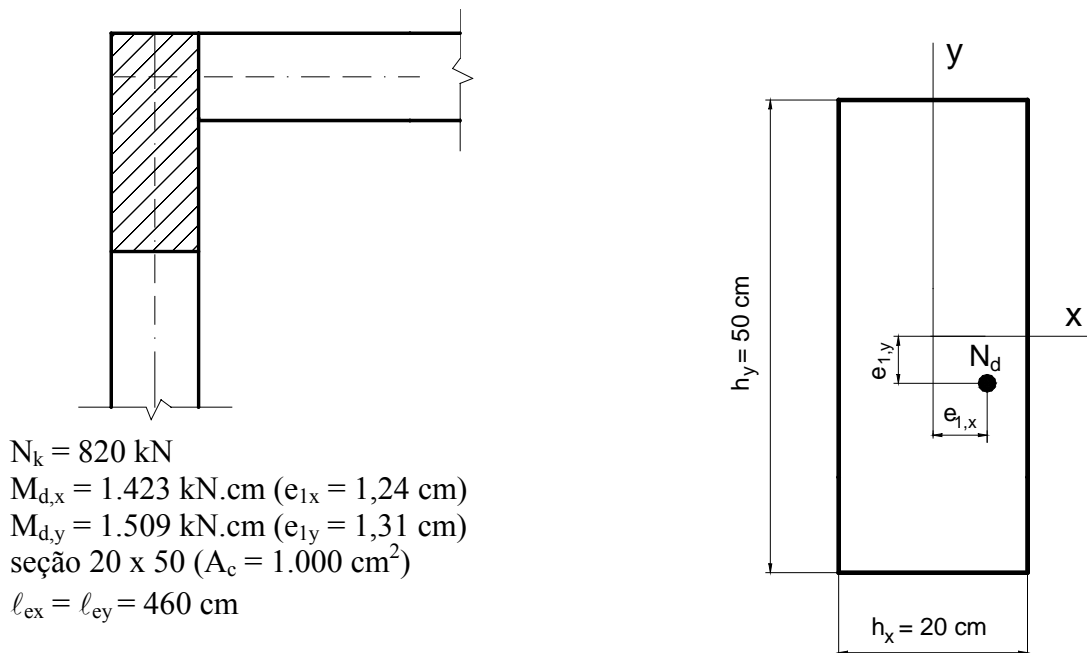


Figura 50 – Arranjo estrutural do pilar na planta de fôrma e dimensões da seção.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 820 = 1.148 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, $M_{1d,A,x} = - M_{1d,B,x} = 1.423 \text{ kN.cm}$ na direção x, e $M_{1d,A,y} = - M_{1d,B,y} = 1.509 \text{ kN.cm}$ na

direção y (Figura 51), em função de existirem duas vigas não contínuas sobre o pilar nas direções x e y.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 460}{20} = 79,6$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 460}{50} = 31,8$$

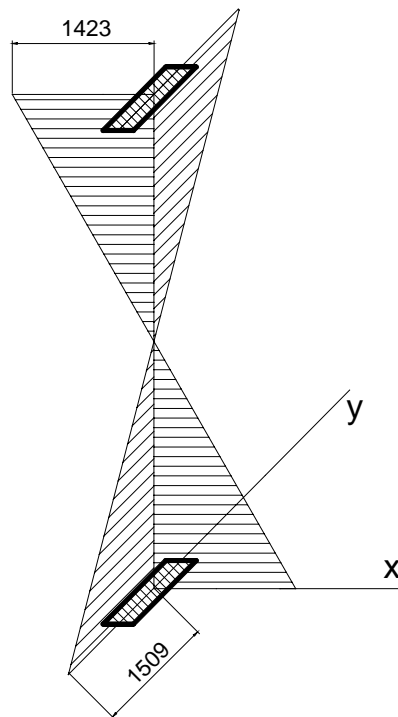


Figura 51 – Momentos fletores de 1ª ordem de cálculo (kN.cm) nas direções x e y.

c) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

Dir. x: $M_{1d,\min,x} = 1148 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 2.410,8 \text{ kN.cm}$; $e_{1x,\min} = 2,10 \text{ cm}$

Dir. y: $M_{1d,\min,y} = 1148 (1,5 + 0,03 \cdot 50) = 3.444,0 \text{ kN.cm}$; $e_{1y,\min} = 3,00 \text{ cm}$

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção x é 1,24 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 1.423 \text{ kN.cm}$, menores que o momento fletor mínimo, o que leva a $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,24}{20}}{1,0} = 25,8 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção y é 1,31 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 1.509$ kN.cm, menores que o momento fletor mínimo, o que leva também a $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,31}{50}}{1,0} = 25,4 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$\lambda_x = 79,6 > \lambda_{1,x}$ \therefore são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 31,8 < \lambda_{1,y}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

e) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

$$\text{Força normal adimensional: } v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1148}{1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,80$$

Curvatura segundo a direção x sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,50)} = \frac{0,005}{20(0,80 + 0,5)} = 1,923 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

A excentricidade de 2ª ordem na direção x é:

$$e_{2x} = \frac{460^2}{10} 1,923 \cdot 10^{-4} = 4,07 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$ em cada direção, tem-se o momento total máximo:

Dir. x:

$$M_{d,tot,x} = 1,0 \cdot 2.410,8 + 1148 \frac{460^2}{10} 1,923 \cdot 10^{-4} = 7.082,1 \geq M_{1d,min,x} = 2.410,8 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,tot,x} = 7.082,1 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,tot,y} = 1.509,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 3.444,0 \text{ kN.cm} \quad \Rightarrow \quad \therefore M_{d,tot,y} = 3.444,0 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 52 e 53.

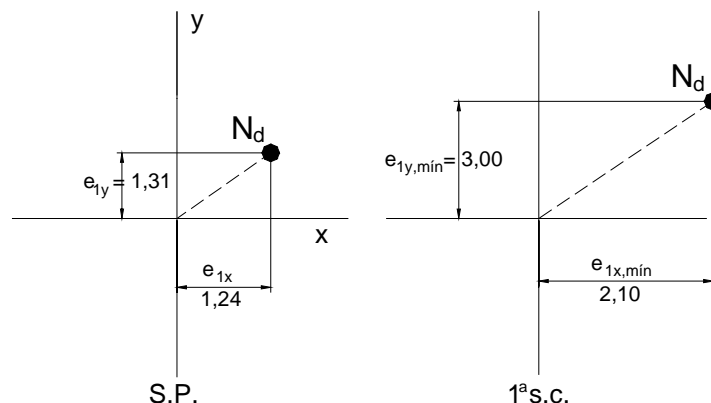


Figura 52 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

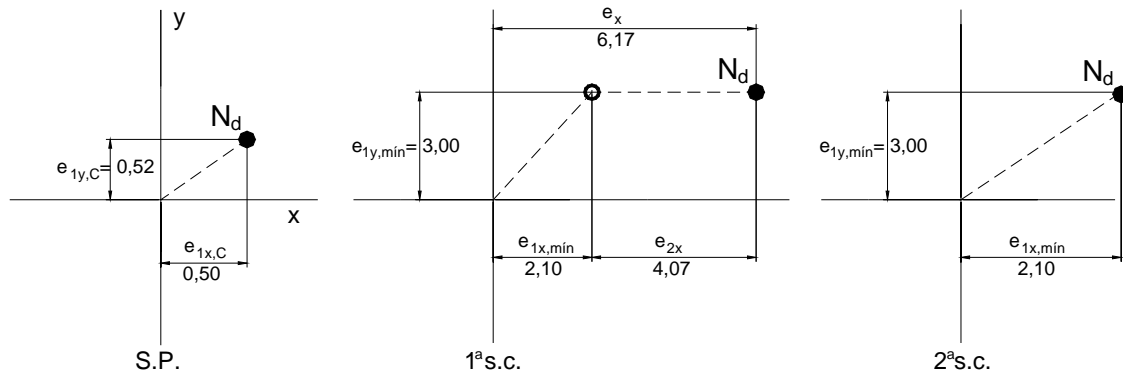


Figura 53 – Situações de projeto e de cálculo da seção intermediária.

Coefficientes adimensionais da flexão, considerando a 1ª s.c. da seção intermediária:

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{7082,1}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,25 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,80 \frac{6,17}{20} = 0,25$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3444,0}{50 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,05 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,80 \frac{3,00}{50} = 0,05$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20$$

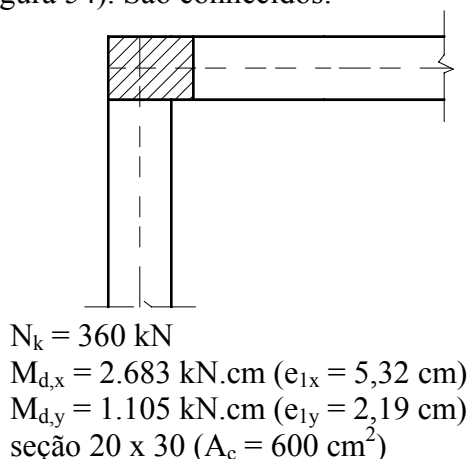
$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10$$

Com $v = 0,80$ e utilizando o ábaco A-50 de PINHEIRO (1994) para flexão composta oblíqua, a taxa de armadura resulta $\omega = 0,91$. A armadura é:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,91 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 29,90 \text{ cm}^2$$

15.2.3 Exemplo Numérico 3

Este exemplo tem momentos fletores de 1ª ordem superiores aos momentos fletores mínimos (Figura 54). São conhecidos:



$$N_k = 360 \text{ kN}$$

$$M_{d,x} = 2.683 \text{ kN.cm} \quad (e_{1x} = 5,32 \text{ cm})$$

$$M_{d,y} = 1.105 \text{ kN.cm} \quad (e_{1y} = 2,19 \text{ cm})$$

$$\text{seção } 20 \times 30 \quad (A_c = 600 \text{ cm}^2)$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

Figura 54 – Arranjo estrutural do pilar na planta de fôrma e dimensões da seção.

RESOLUÇÃO

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 360 = 504 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, $M_{1d,A,x} = - M_{1d,B,x} = 2.683 \text{ kN.cm}$ na direção x, e $M_{1d,A,y} = - M_{1d,B,y} = 1.105 \text{ kN.cm}$ na direção y (Figura 55), em função de existirem duas vigas não contínuas sobre o pilar nas direções x e y.

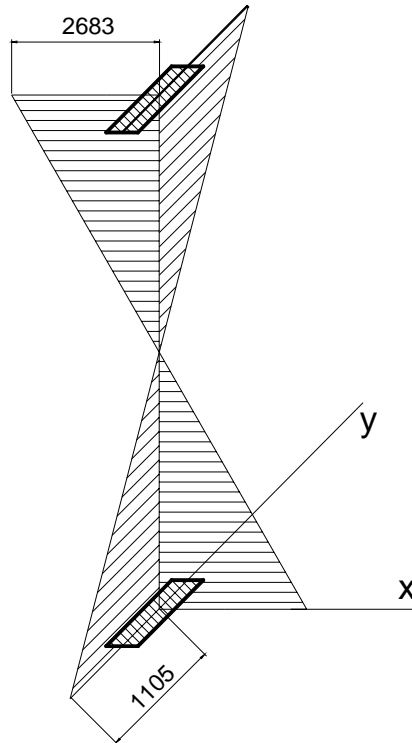


Figura 55 – Momentos fletores de 1ª ordem de cálculo (kN.cm) nas direções x e y.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{30} = 32,3$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

c) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

Dir. x: $M_{1d,\min,x} = 504 (1,5 + 0,03 \cdot 30) = 1.209,6 \text{ kN.cm}$; $e_{1x,\min} = 2,40 \text{ cm}$

Dir. y: $M_{1d,\min,y} = 504 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 1.058,4 \text{ kN.cm}$; $e_{1y,\min} = 2,10 \text{ cm}$

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção x é 5,32 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,x} = - M_{1d,B,x} = 2.683 \text{ kN.cm}$, maiores que o momento fletor mínimo, o que leva ao cálculo de α_b . Assim:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \quad \text{com} \quad 1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{(-2683)}{2683} = 0,2 \quad \Rightarrow \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{5,32}{30}}{0,4} = 68,0 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 68,0$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção y é 2,19 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 1.105 \text{ kN.cm}$, maiores que o momento fletor mínimo, o que leva ao cálculo de α_b , que resulta também igual a 0,4. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{2,19}{20}}{0,4} = 65,9 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 65,9$$

Desse modo:

$\lambda_x = 32,3 < \lambda_{1,x}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 48,4 < \lambda_{1,y}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

e) Momentos totais nas duas direções

Como não ocorrem momentos de 2ª ordem, os momentos máximos ocorrem nas extremidades do pilar e correspondem aos momentos fletores de 1ª ordem:

Dir. x:

$$M_{d,tot,x} = 2.683,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,x} = 1.209,6 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,tot,y} = 1.105,0 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 1.058,4 \text{ kN.cm}$$

A situação de projeto e as situações de cálculo estão mostradas nas Figuras 56 e 57.

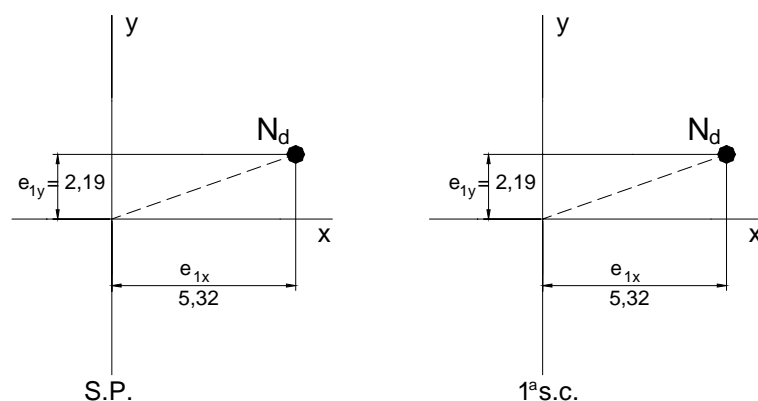


Figura 56 – Situações de projeto e de cálculo da seção de extremidade.

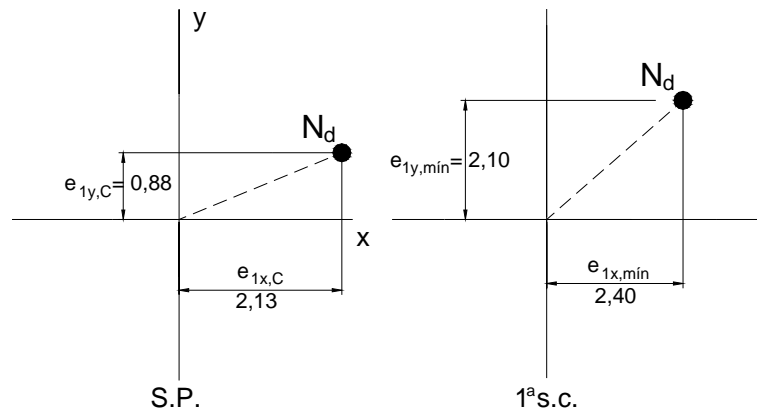


Figura 57 – Situações de projeto e de cálculo da seção intermediária.

Força normal adimensional:
$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{504}{600 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,59$$

Coefficientes adimensionais da flexão considerando a 1ª s.c. da seção de extremidade:

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2683,0}{30 \cdot 600 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,10 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_x}{h_x} = 0,59 \frac{5,32}{30} = 0,10$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1105,0}{20 \cdot 600 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,06 \quad \text{ou} \quad \mu = v \frac{e_y}{h_y} = 0,59 \frac{2,19}{20} = 0,06$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{30} = 0,13 \cong 0,15$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20$$

Com $v = 0,59$ e utilizando o ábaco A-66 de PINHEIRO (1994) para flexão composta oblíqua, a taxa de armadura resulta $\omega = 0,20$. A armadura é:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,20 \cdot 600 \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 3,94 \text{ cm}^2$$

16. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

16.1 RELAÇÃO ENTRE A DIMENSÃO MÍNIMA E O COEFICIENTE DE SEGURANÇA

Os pilares com forma retangular são diferenciados dos pilares-parede em função da relação entre os lados, conforme mostrado na Figura 58.

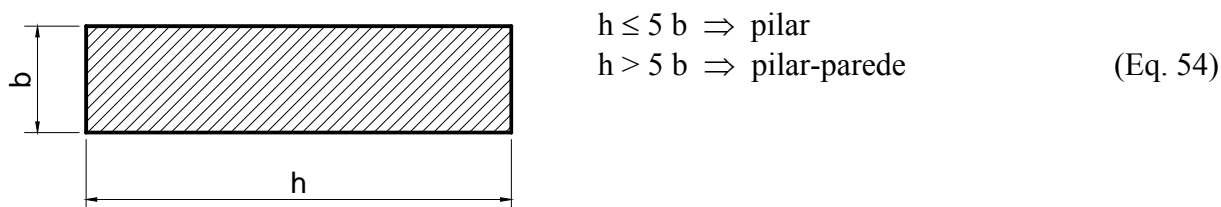


Figura 58 – Classificação dos pilares e pilares-parede.

A NBR 6118/03 (item 13.2.3) impõe que “A seção transversal de pilares e pilares-parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não devem apresentar dimensão menor que 19 cm.” Em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que as ações a serem consideradas no dimensionamento sejam multiplicadas por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com o indicado na Tabela 3. “Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm²” (12 x 30 cm).

16.2 ARMADURA LONGITUDINAL

As disposições relativas à armadura longitudinal dos pilares encontram-se no item 18.4.2 da NBR 6118/03 e são descritas a seguir.

Tabela 3 – Coeficiente γ_n de majoração das ações.

b	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35

Nota: O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares, quando do seu dimensionamento.
 onde $\gamma_n = 1,95 - 0,05 b$
 b = menor dimensão da seção transversal.

16.2.1 Diâmetro Mínimo

O diâmetro das barras longitudinais (ϕ_l) deve ser:

$$\phi_l \begin{cases} \geq 10 \text{ mm} \\ \leq \frac{b}{8} \end{cases} \quad (\text{Eq. 55})$$

com b sendo a menor dimensão do pilar.

16.2.2 Distribuição Transversal

“As armaduras transversais devem ser dispostas na seção transversal de forma a garantir a adequada resistência do elemento estrutural. Em seções poligonais deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro.”

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, fora da região de emendas, deve ser:

$$e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_{\ell}, \phi_{\text{feixe}}, \phi_{\text{lúva}} \\ 1,2 d_{\text{máx. agreg}} \end{cases} \quad (\text{Eq. 56})$$

onde: ϕ_{ℓ} = diâmetro da barra longitudinal;

$$\phi_{\text{feixe}} = \phi_n = \phi \sqrt{n};$$

$d_{\text{máx. agreg}}$ = diâmetro máximo do agregado (19 mm para brita 1 e 25 mm para brita 2).

“Esses valores se aplicam também às regiões de emendas por transpasse das barras.”

O espaçamento máximo entre eixos das barras longitudinais ou do centro de feixes de barras deve obedecer:

$$e_{\max} \leq \begin{cases} 2 b \\ 40 \text{ cm} \end{cases} \quad (\text{Eq. 57})$$

16.2.3 Armadura Mínima e Máxima

A armadura longitudinal mínima é calculada por (item 17.3.5.3.1):

$$A_{s,\min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad (\text{Eq. 58})$$

onde: N_d = força normal de cálculo;

f_{yd} = resistência de cálculo de início de escoamento do aço;

A_c = área da seção transversal ($b \cdot h$).

A armadura longitudinal máxima (item 17.3.5.3.2) é dada por:

$$A_{s,\max} = 8 \% A_c \quad (\text{Eq. 59})$$

Na região de emenda a armadura total deve respeitar a armadura máxima.

16.2.4 Detalhamento da Armadura

Um exemplo dos arranjos longitudinais típicos das armaduras dos pilares contraventados dos edifícios está mostrado na Figura 59.

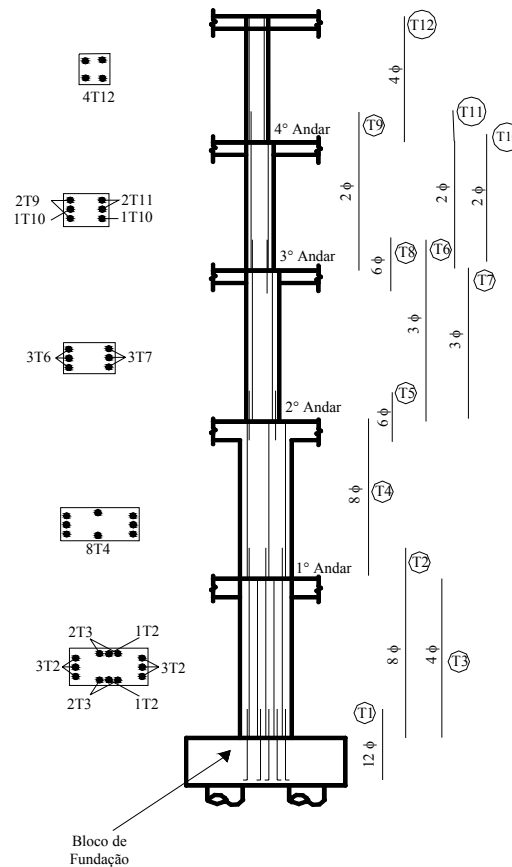


Figura 59 - Arranjos longitudinais típicos em edifícios (FUSCO, 2000).

16.2.5 Proteção contra Flambagem

No item 18.2.4 da NBR 6118/03 encontra-se “Os estribos poligonais garantem contra a flambagem as barras longitudinais situadas em seus cantos e as por eles abrangidas, situadas no máximo à distância $20 \phi_t$ do canto, se nesse trecho de comprimento $20 \phi_t$ não houver mais de duas barras, não contando a de canto. Quando houver mais de duas barras nesse trecho ou barra fora dele, deve haver estribos suplementares” (Figura 60).

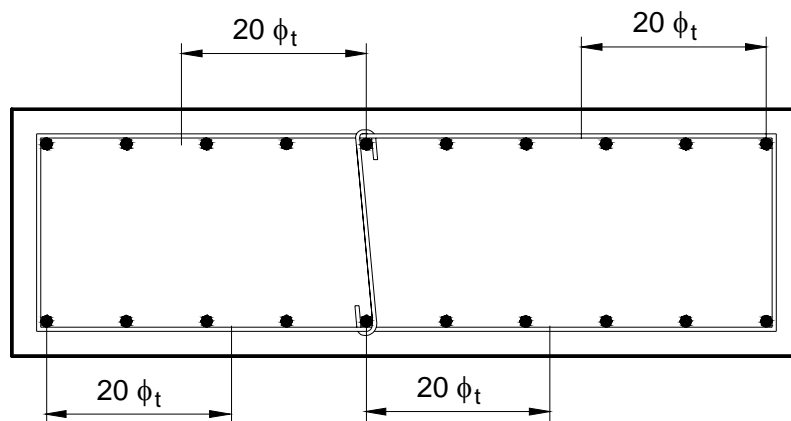


Figura 60 – Critério para proteção das barras contra a flambagem.

“Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta, terminada em ganchos, ele deve atravessar a seção do elemento estrutural e os seus ganchos devem envolver a barra longitudinal. Se houver mais de uma barra longitudinal a ser protegida junto à mesma

extremidade do estribo suplementar, seu gancho deve envolver um estribo principal em um ponto junto a uma das barras, o que deve ser indicado no projeto de modo bem destacado” (ver Figura 60)

16.3 ARMADURA TRANSVERSAL

A armadura transversal, constituída por estribos e grampos suplementares, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes (item 18.4.3). O diâmetro do estribo deve obedecer a:

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_\ell / 4 \text{ ou } \phi_{\text{feixe}} / 4 \end{cases} \quad (\text{Eq. 60})$$

O espaçamento longitudinal entre os estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento, impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais nos pilares usuais, deve obedecer a:

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ b \text{ (menor dimensão do pilar)} \\ 12\phi_\ell \text{ para CA - 50} \end{cases} \quad (\text{Eq. 61})$$

Pode ser adotado o valor $\phi_t < \phi_\ell/4$ quando as armaduras forem constituídas do mesmo tipo de aço e o espaçamento respeite também a limitação:

$$s_{\text{máx}} = 90000 \left(\frac{\phi_t^2}{\phi_\ell} \right) \frac{1}{f_{yk}} \quad \text{com } f_{yk} \text{ em MPa.} \quad (\text{Eq. 62})$$

“Quando houver necessidade de armaduras transversais para forças cortantes e torção, esses valores devem ser comparados com os mínimos especificados em 18.3 para vigas, adotando-se o menor dos limites especificados.”

17. ESTIMATIVA DA CARGA VERTICAL NO PILAR POR ÁREA DE INFLUÊNCIA

Durante o desenvolvimento e desenho da planta de fôrma é necessário definir as dimensões dos pilares, antes mesmo que se conheçam os esforços solicitantes atuantes.

Alguns processos podem ser utilizados para a fixação das dimensões dos pilares, entre eles a experiência do engenheiro. Um processo simples, que auxilia a fixação das dimensões do pilar, é a estimativa da carga vertical no pilar pela sua área de influência, ou seja, a carga que estiver na laje dentro da área de influência do pilar caminhará até o pilar. A Figura 61 mostra como se pode, de modo simplificado, determinar a área de influência de cada pilar.

No entanto, é necessário ter um valor que represente a carga total por metro quadrado de laje, levando-se em conta todos os carregamentos permanentes e variáveis. Para edifícios de pequena altura com fins residenciais e de escritórios pode-se estimar a carga total de 10 kN/m². Edifícios com outros fins de utilização podem ter cargas superiores e edifícios onde a ação do vento é significativa, a carga por metro quadrado deve ser majorada.

É importante salientar que a carga estimada serve apenas para o pré-dimensionamento da seção transversal dos pilares. O dimensionamento final deve ser obrigatoriamente feito com os esforços solicitantes reais, calculados em função das reações das vigas e lajes sobre o pilar e com a atuação das forças do vento, etc.

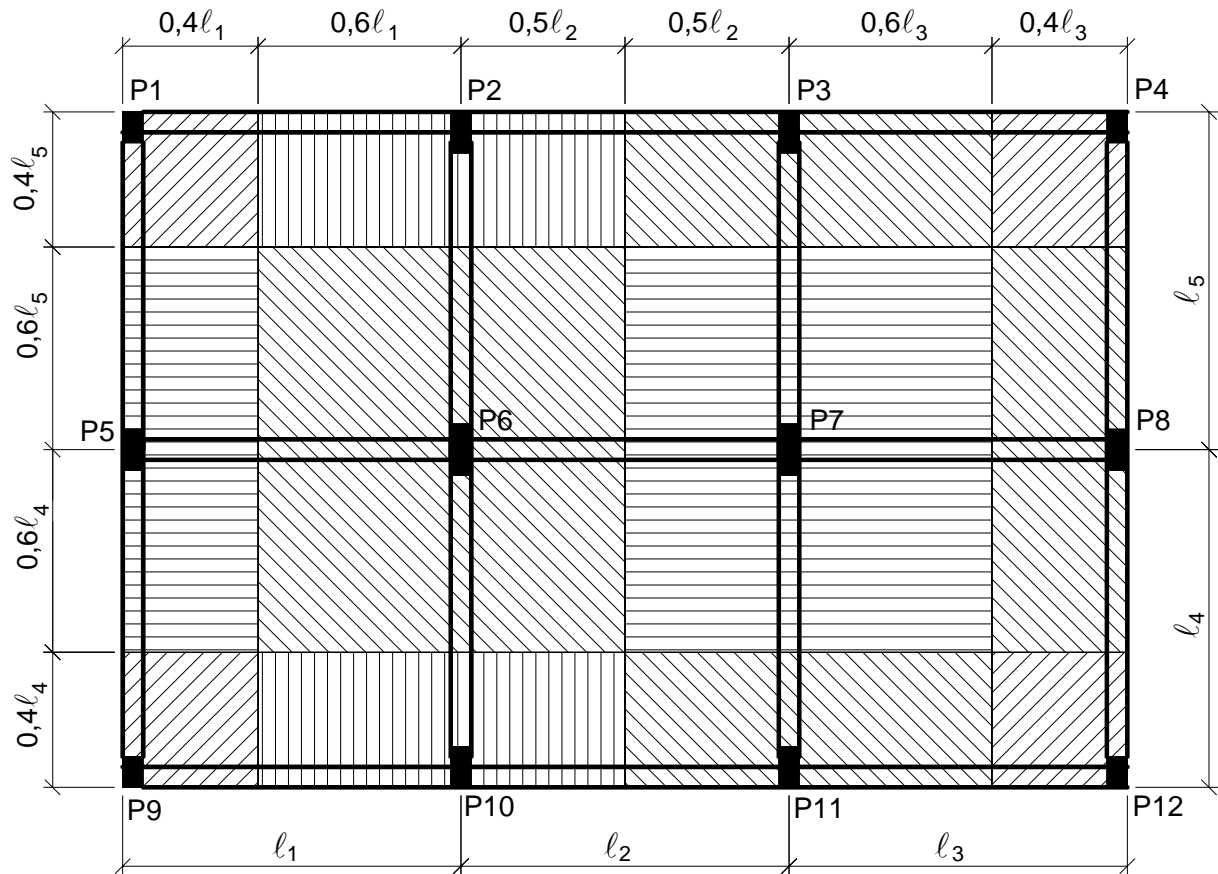


Figura 61 – Processo simplificado para determinação da área de influência dos pilares.

18. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO TRANSVERSAL

As equações para pré-dimensionamento da seção transversal expostas a seguir servem apenas para pilares de construções de pequeno porte (baixa altura), e aço do tipo CA-50. Edifícios onde a ação do vento origina solicitações significativas devem ter a seção transversal majorada em relação àquelas resultantes deste pré-dimensionamento.

a) Pilar Intermediário

$$A_c = \frac{N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} \quad (\text{Eq. 63})$$

b) Pilares de Extremidade e de Canto

$$A_c = \frac{1,45 N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} \quad (\text{Eq. 64})$$

onde: A_c = área da seção transversal do pilar (cm^2);
 N_d = força normal de cálculo (kN);
 f_{ck} = resistência característica do concreto (kN/cm^2).

19. EXEMPLOS DE DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE EDIFÍCIO

Nos itens seguintes apresentam-se exemplos práticos do dimensionamento de pilares de edifícios. A Figura 63 mostra a planta de fôrma do pavimento tipo de um edifício baixo, com quatro pavimentos. Por simplicidade, os efeitos do vento não foram considerados.

As seguintes informações são conhecidas: concreto C20 ($f_{ck} = 20$ MPa), aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$, $\gamma_s = 1,15$, $c_{nom} = 2,0$ cm, concreto com brita 1, sem brita 2. A largura de todos os pilares foi fixada em 20 cm.

Serão dimensionados os lances entre o 1° e o 2° pavimentos, como indicado na Figura 62. A carga normal característica aplicada na base dos lances dos pilares a serem dimensionados está indicada na Tabela 4.

Tabela 4 – Carga normal característica nos pilares.

Pilar	N_k (kN)
P1	220
P2	500
P5	1.020
P6	480
P8	1.080

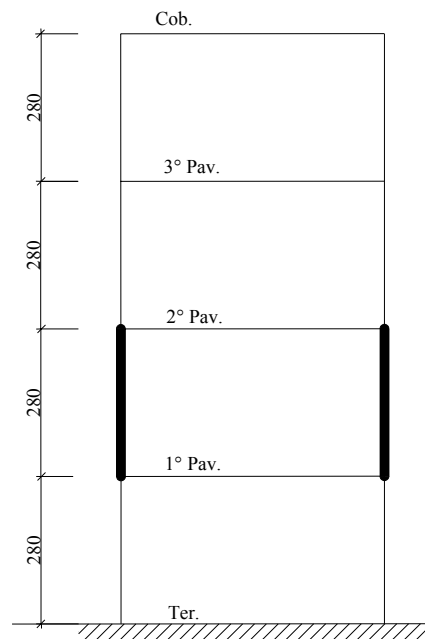


Figura 62 - Lance a ser dimensionado.

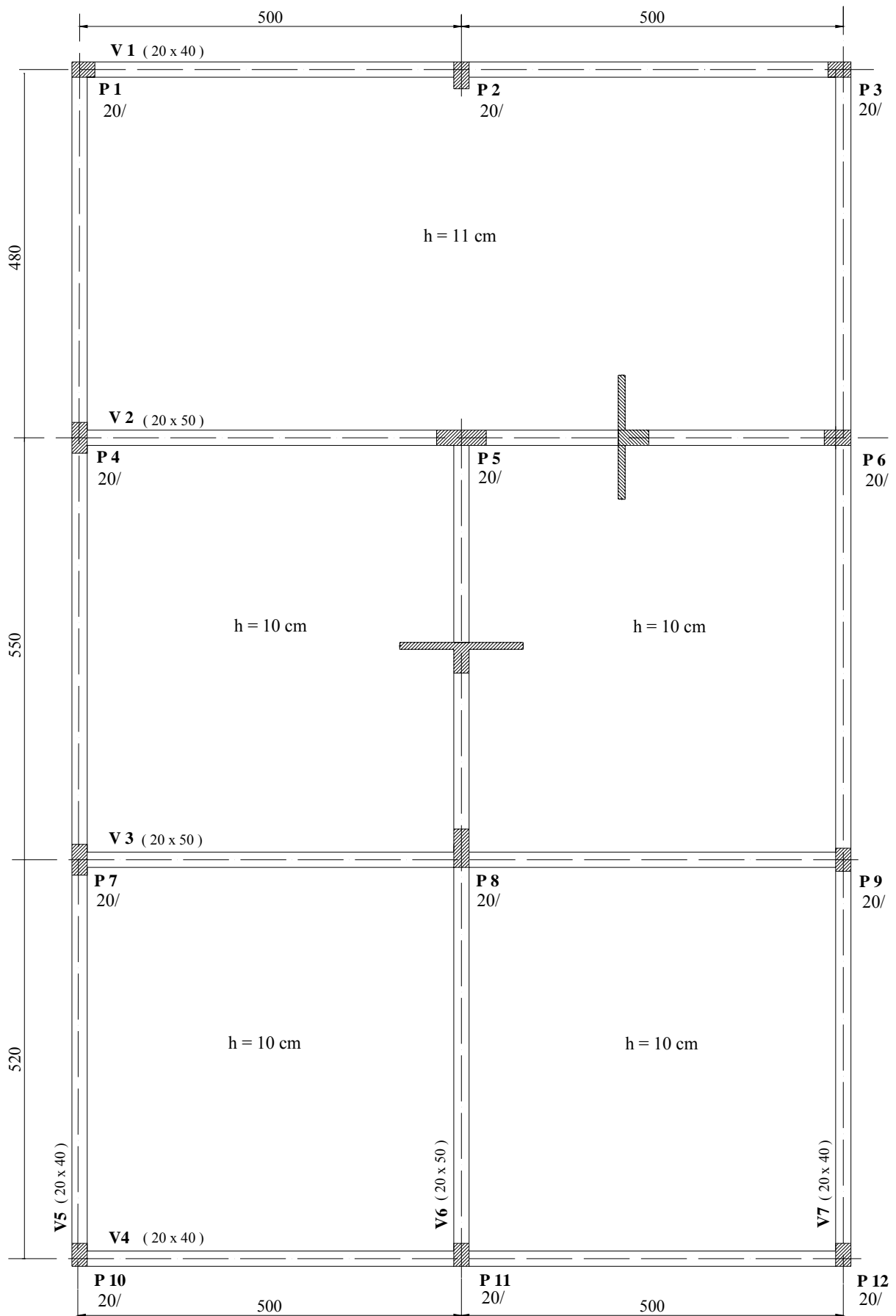


Figura 63 – Planta de fôrma do pavimento tipo do edifício.

19.1 PILAR INTERMEDIÁRIO P8

Dados : $N_k = 1.080 \text{ kN}$

$$\ell_{ex} = \ell_{ey} = 280 \text{ cm}$$

O pilar P8 é classificado como pilar intermediário porque as vigas V3 e V6 são contínuas sobre o pilar, não originando flexão no pilar.

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 1080 = 1.512 \text{ kN}$.

Tratando-se de um pilar intermediário, não existem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem em ambas as direções do pilar.

Pré-dimensionamento (Eq. 63):

$$A_c = \frac{N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} = \frac{1512}{0,6 \cdot 20 + 0,42} = 933 \text{ cm}^2$$

Pode-se adotar: $A_c = 20 \times 50 = 1.000 \text{ cm}^2$ (Figura 64).

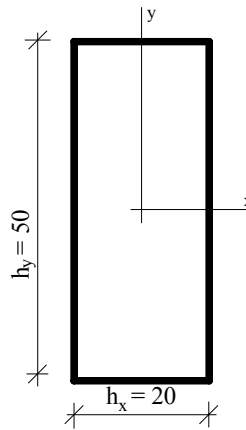


Figura 64 – Dimensões da seção transversal.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{50} = 19,4$$

c) Momento fletor mínimo

O momento fletor mínimo, em cada direção, é calculado pela Eq. 33:

$$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h), \text{ com } h \text{ em cm.}$$

$$\text{Dir. x: } M_{1d,\min,x} = 1512 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 3.175 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1d,\min,y} = 1512 (1,5 + 0,03 \cdot 50) = 4.536 \text{ kN.cm}$$

d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Nos pilares intermediários não ocorrem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem nas extremidades do pilar em ambas as direções x e y, isto é, $M_A = M_B = 0$. Daí resulta que α_b é igual a 1,0. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 25 \geq 35 \quad \therefore \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$$\lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x} \quad \therefore \text{são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;} \\ \lambda_y = 19,4 < \lambda_{1,y} \quad \therefore \text{não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.}$$

e) Momento de 2ª ordem

O momento de 2ª ordem será avaliado pelos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

e1) Método do pilar-padrão com curvatura aproximada (Eq. 32)

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

$$\text{Força normal adimensional (Eq. 19):} \quad v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1512}{1000 \frac{2,0}{1,4}} = 1,06$$

Curvatura segundo a direção x sujeita a esforços de 2ª ordem (Eq. 18):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} = \frac{0,005}{20(1,06+0,5)} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$ em cada direção, tem-se os momentos totais máximos:

$$\text{Dir. x: } M_{d,tot,x} = 1,0 \cdot 3175 + 1512 \frac{280^2}{10} 1,6 \cdot 10^{-4} = 5.072 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,x} = 3.175 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,tot,x} = 5.072 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{d,tot,y} = M_{1d,min,y} = 4.536 \text{ kN.cm}$$

Com $v = 1,06$ e utilizando os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{5072}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,18$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4 } (\omega = 0,80)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4536}{50 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,06$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10 \quad \text{Ábaco A-25 } (\omega = 0,40)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,80 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 26,29 \text{ cm}^2$$

e2) Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

Aplicando a Eq. 36 numericamente para a direção x, tem-se:

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 h N_d - \lambda^2 h N_d - 19200 \alpha_b M_{ld,A}) M_{d,tot} - 3840 \alpha_b h N_d M_{ld,A} = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 + (3840 \cdot 20 \cdot 1512 - 48,4^2 \cdot 20 \cdot 1512 - 19200 \cdot 1,0 \cdot 3175) M_{d,tot} - 3840 \cdot 1,0 \cdot 20 \cdot 1512 \cdot 3175 = 0$$

$$19200 M_{d,tot}^2 - 15677414 M_{d,tot} - 3,6869 \cdot 10^{11} = 0$$

$$M_{d,tot}^2 - 816,53 M_{d,tot} - 19202400 = 0$$

A raiz positiva da equação de 2º grau é:

$$M_{d,tot} = 4.810 \text{ kN.cm} \geq M_{ld,min} = 3.175 \text{ kN.cm}$$

Com $\nu = 1,06$ e utilizando os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4810}{20 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}} = 0,17$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,77)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,77 \cdot 1000 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 25,30 \text{ cm}^2$$

f) Detalhamento

Armadura mínima (Eq. 58):

$$A_{s,min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad \Rightarrow \quad A_{s,min} = 0,15 \frac{1512}{\frac{50}{1,15}} = 5,22 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 26,29 \text{ cm}^2 > A_{s,min} \quad \Rightarrow \quad 14 \phi 16 \text{ mm} (28,00 \text{ cm}^2)$$

A taxa de armadura resulta:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{28,00}{1000} 100 = 2,8 \%$$

$$\rho = 2,8 \% < \rho_{máx} = 4 \%$$

Conforme o item 1.2.3 a taxa máxima de armadura é 8 %. No entanto, considerando simplificadamente que a armadura do lance superior seja igual a do lance em análise, na região de emenda a armadura será multiplicada por dois, o que leva a taxa máxima de 4 % em cada lance.

O diâmetro (ϕ_t) e espaçamento (t) dos estribos (Eq. 60 e 61) são:

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 \\ 5 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \therefore \phi_t &= 5 \text{ mm} \\ 20 \phi_t &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12 \phi_\ell = 12 \cdot 1,6 = 19,2 \text{ cm} \end{cases} \quad \therefore t = 19 \text{ cm}$$

A distância entre o eixo da barra do canto e a face da barra adjacente é:

$$e_v = \frac{50 - [2 \cdot (2,0 + 0,5) + 7 \cdot 1,6]}{6} + \frac{1,6}{2} = 6,4 \text{ cm}$$

O estribo protege contra a flambagem as barras (até 6) que estiverem dentro da distância $20 \phi_t$, como mostrado na Figura 65. Existem, portanto, seis barras não protegidas, o que justifica a colocação de um grampo suplementar, o qual protege as barras adjacentes que encontram-se também dentro da distância $20 \phi_t$ para cada lado do grampo.

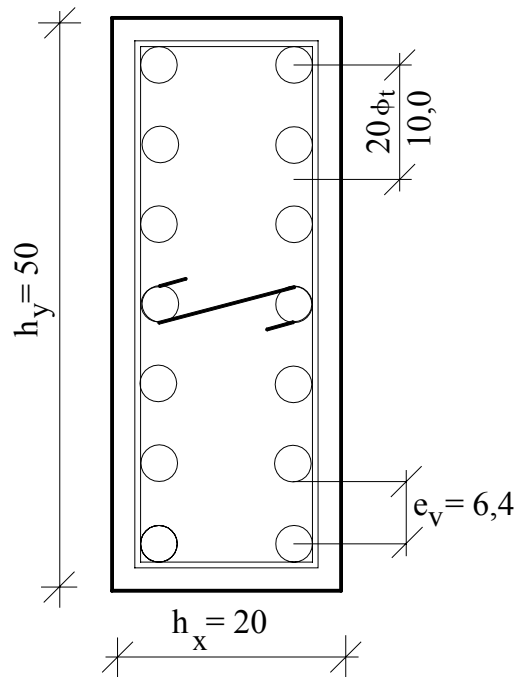


Figura 65 – Detalhamento da armadura na seção transversal.

19.2 PILAR DE EXTREMIDADE P6

Dados: $N_k = 480 \text{ kN}$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 480 = 672 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, que solicitam o pilar na direção x, em função de existir a viga V2 não contínua sobre o pilar (Figura 62).

Pré-dimensionamento (Eq. 63):

$$A_c = \frac{1,45 \cdot N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} = \frac{1,45 \cdot 672}{0,6 \cdot 2,0 + 0,42} = 601 \text{ cm}^2$$

Pode-se adotar: $A_c = 20 \times 35 = 700 \text{ cm}^2$ (Figura 66).

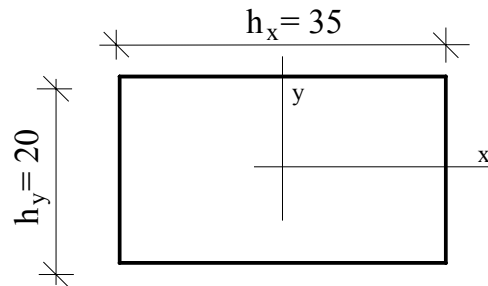


Figura 66 – Dimensões da seção transversal.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{35} = 27,7$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

c) Excentricidade de 1ª ordem

$$e_{1x} = \frac{M_{xd}}{N_d} \quad \text{com } M_{xd} = \text{momento fletor de ligação entre a viga V2 e o pilar P6, na direção x.}$$

O momento fletor solicitante na base e no topo do pilar será avaliado pelas Eq. 38 e 39, sendo:

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = M_{k,eng} \frac{r_{pilar}}{r_{p,sup} + r_{viga} + r_{p,inf}}$$

Supondo que a seção transversal do pilar não varia ao longo da sua altura, tem-se:

$$r_{pilar} = r_{p,sup} = r_{p,inf} = \frac{I_{pilar}}{\ell_{ex}} = \frac{20 \cdot 35^3}{280} = 255,2 \text{ cm}^3$$

A rigidez da viga V2, com seção transversal 20 x 50 cm e com vão adotado simplificada de centro a centro dos apoios (493 cm), é:

$$I_{viga} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 50^3}{12} = 208.333 \text{ cm}^4$$

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{\ell_{teor}} = \frac{208333}{493} = 422,6 \text{ cm}^3$$

Para o momento de engastamento perfeito da viga V2 no pilar P6 será adotada a carga total de 28 kN/m, conforme mostrado na Figura 67.

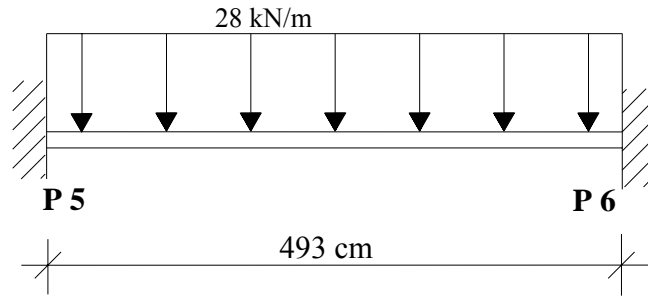


Figura 67 – Esquema estático e carregamento no vão da viga adjacente ao pilar.

O momento de engastamento perfeito no pilar P6 é:

$$M_{\text{eng}} = \frac{q \cdot \ell^2}{12} = \frac{28 \cdot 4,93^2}{12} = 56,71 \text{ kN.m} = 5.671 \text{ kN.cm}$$

Os momentos fletores na base e no topo do lance do pilar resultam:

$$M_{k,\text{inf}} = M_{k,\text{sup}} = 5671 \cdot \frac{255,2}{255,2 + 422,6 + 255,2} = 1.551 \text{ kN.cm}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores no pilar, conforme mostrado na Figura 68, os momentos fletores de cálculo totais, na base e no topo, são:

$$M_{d,\text{topo}} = -M_{d,\text{base}} = 1,4 \left(1551 + \frac{1551}{2} \right) = 3.257 \text{ kN.cm}$$

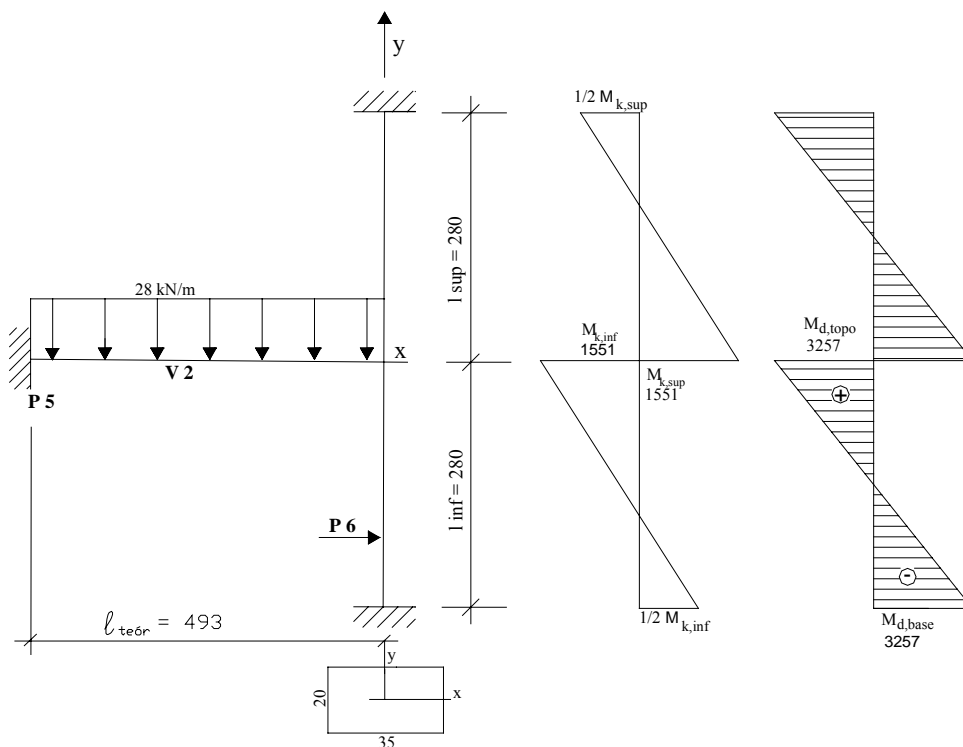


Figura 68 – Momentos fletores de 1ª ordem (kN.cm) no topo e na base do pilar na direção x.

$$e_{1x} = \frac{3257}{672} = 4,85 \text{ cm}$$

d) Momento fletor mínimo

$M_{1d,min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

Dir. x: $M_{1d,min,x} = 672 (1,5 + 0,03 \cdot 35) = 1.713,6 \text{ kN.cm}$

Dir. y: $M_{1d,min,y} = 672 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 1.411,2 \text{ kN.cm}$

e) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção x é 4,85 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem na direção x são $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 3.257 \text{ kN.cm}$, maiores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva ao cálculo de α_b .

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{(-3257)}{3257} = 0,2 \geq 0,4 \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{4,85}{35}}{0,4} = 67 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 67$$

Dir. y: Na direção y não ocorrem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem, portanto, $e_{1y} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 35$$

Desse modo:

$\lambda_x = 27,7 < \lambda_{1,x}$ \therefore não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;

$\lambda_y = 48,4 > \lambda_{1,y}$ \therefore são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.

f) Momentos fletores totais

O momento fletor de 2ª ordem na direção y será avaliado pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

Força normal adimensional: $v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{672}{700 \frac{2,0}{1,4}} = 0,67$

Curvatura segundo a direção y sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,50)} = \frac{0,005}{20(0,67 + 0,5)} = 2,1368 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$ em cada direção, tem-se o momento total máximo:

Dir. x:

$$M_{d,tot,x} = 3.257 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,x} = 1.713,6 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,tot,y} = 1,0 \cdot 1411,2 + 672 \frac{280^2}{10} 2,1368 \cdot 10^{-4} = 2.537 \geq M_{1d,min,y} = 1.411,2 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,tot,y} = 2.537 \text{ kN.cm}$$

Com $\nu = 0,67$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3257}{35 \cdot 700 \frac{2,0}{1,4}} = 0,09$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{35} = 0,11 \cong 0,10 \quad \text{Ábaco A-25} \quad (\omega = 0,12)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2537}{20 \cdot 700 \frac{2,0}{1,4}} = 0,13$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4} \quad (\omega = 0,27)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,27 \cdot 700 \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 6,21 \text{ cm}^2$$

g) Detalhamento

Armadura mínima (Eq. 58):

$$A_{s,min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad \Rightarrow \quad A_{s,min} = 0,15 \frac{672}{\frac{50}{1,15}} = 2,32 \geq 0,004 \cdot 700 = 2,80 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 6,21 \text{ cm}^2 > A_{s,min} \quad \Rightarrow \quad 8 \phi 10 \text{ mm} = 6,40 \text{ cm}^2$$

A taxa de armadura resulta:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{6,40}{700} 100 = 0,91 \% < \rho_{máx} = 4 \%$$

O diâmetro e o espaçamento dos estribos são:

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 \\ 5 \text{ mm} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \therefore \phi_t &= 5 \text{ mm} \\ 20 \phi_t &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{máx} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12 \phi_\ell = 12 \cdot 1,0 = 12 \text{ cm} \end{cases} \quad \therefore t = 12 \text{ cm}$$

A distância entre o eixo da barra do canto e a próxima barra é:

$$e_h = \frac{35 - [2 \cdot (2,0 + 0,5) + 4 \cdot 1,0]}{3} + \frac{1,0}{2} = 9,2 \text{ cm}$$

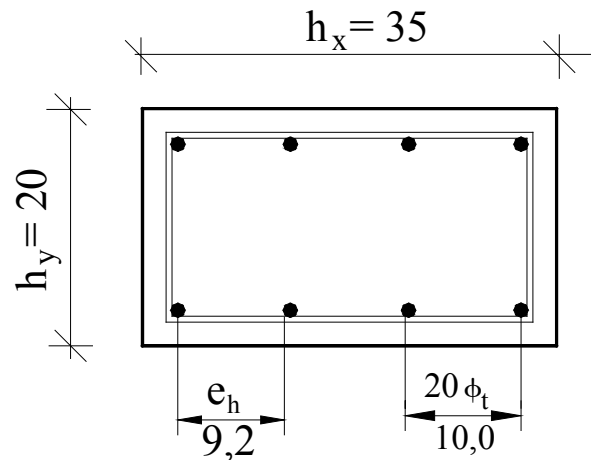


Figura 69 – Detalhamento da armadura na seção transversal.

19.3 PILAR DE EXTREMIDADE P5

Dados: $N_k = 1.020 \text{ kN}$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 1020 = 1.428 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, que solicitam o pilar na direção y, em função de existir a viga V6 não contínua sobre o pilar (Figura 62):

Pré-dimensionamento (Eq. 63):

$$A_c = \frac{1,45 \cdot N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} = \frac{1,45 \cdot 1428}{0,6 \cdot 20 + 0,42} = 1.278 \text{ cm}^2$$

Pode-se adotar: $A_c = 20 \times 65 = 1.300 \text{ cm}^2$ (Figura 70).

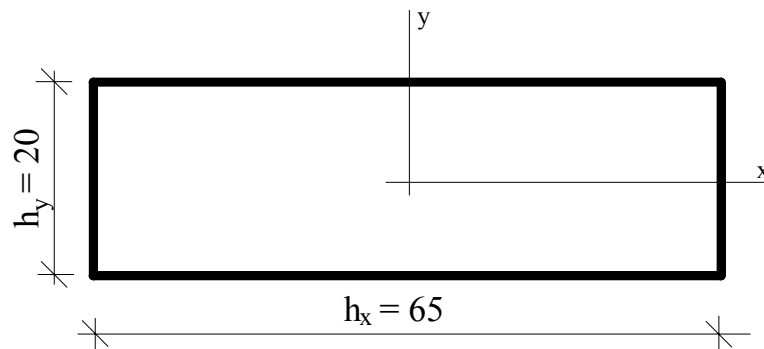


Figura 70 – Dimensões da seção transversal.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 l_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{65} = 14,9$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

c) Excentricidade de 1ª Ordem

$$e_{1y} = \frac{M_{yd}}{N_d} \quad \text{com } M_{yd} = \text{momento fletor de ligação entre a viga V6 e o pilar P5, na direção y.}$$

O momento fletor solicitante na base e no topo do pilar será avaliado pelas Eq. 38 e 39, sendo:

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = M_{k,eng} \frac{r_{pilar}}{r_{p,sup} + r_{viga} + r_{p,inf}}$$

Supondo que a seção transversal do pilar não varia ao longo da sua altura, tem-se:

$$r_{pilar} = r_{p,sup} = r_{p,inf} = \frac{I_{pilar}}{\ell_{ex}} = \frac{65 \cdot 20^3}{12} = 154,8 \text{ cm}^3$$

Rigidez da viga V6 com seção transversal 20 x 50 cm e com o vão adotado simplificada de centro a centro dos apoios (535 cm):

$$I_{viga} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 50^3}{12} = 208.333 \text{ cm}^4$$

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{\ell_{teor}} = \frac{208333}{535} = 389,4 \text{ cm}^3$$

Para o momento de engastamento perfeito da viga V6 no pilar P5 será adotada a carga total de 35 kN/m, conforme mostrado na Figura 71.

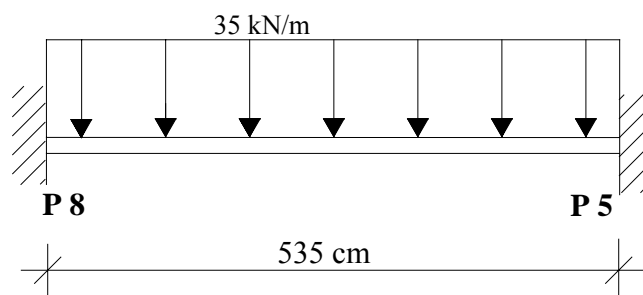


Figura 71 – Esquema estático e carregamento no vão da viga adjacente ao pilar.

O momento de engastamento perfeito no pilar P5 é:

$$M_{eng} = \frac{q \cdot \ell^2}{12} = \frac{35 \cdot 5,35^2}{12} = 83,48 \text{ kN.m} = 8.348 \text{ kN.cm}$$

Os momentos fletores na base e no topo do lance do pilar resultam:

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = 8348 \cdot \frac{154,8}{154,8 + 389,4 + 154,8} = 1.848,7 \text{ kN.cm}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores no pilar, conforme mostrado na Figura 72, os momentos fletores de cálculo totais, na base e no topo, são:

$$M_{d,topo} = -M_{d,base} = 1,4 \left(1848,7 + \frac{1848,7}{2} \right) = 3.882 \text{ kN.cm}$$

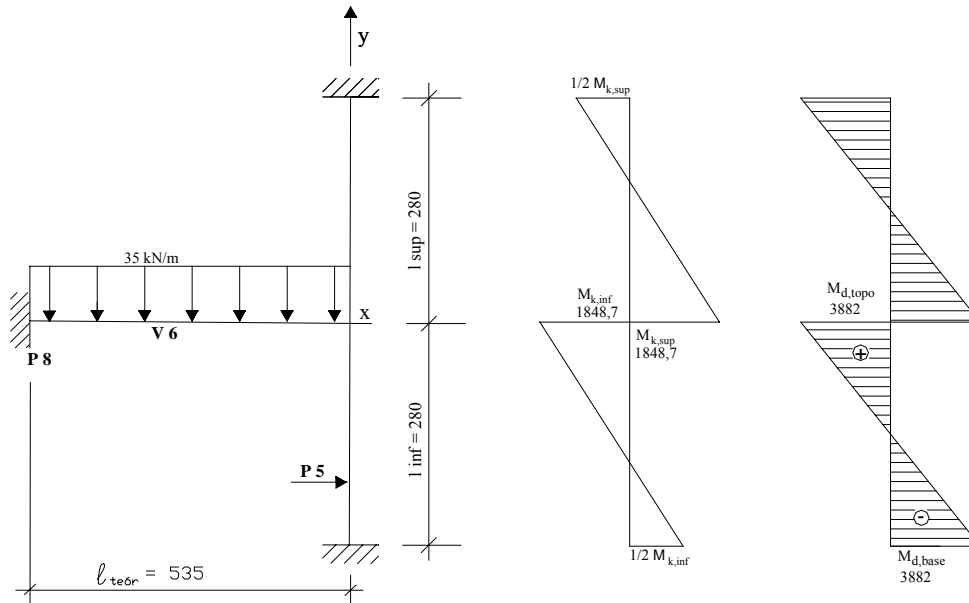


Figura 72 – Momentos fletores de 1ª ordem (kN.cm) no topo e na base do pilar na direção y.

$$e_{1y} = \frac{3882}{1428} = 2,72 \text{ cm}$$

d) Momento fletor mínimo

$M_{1d,min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

$$\text{Dir. x: } M_{1d,min,x} = 1428 (1,5 + 0,03 \cdot 65) = 4.927 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1d,min,y} = 1428 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 2.999 \text{ kN.cm}$$

e) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: Na direção x não ocorrem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem, portanto, $e_{1x} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{35}}{1,0} = 25 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção y é 2,72 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem na direção y são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 3.882 \text{ kN.cm}$, maiores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva ao cálculo de α_b .

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{(-3882)}{3882} = 0,2 \geq 0,4 \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{2,72}{20}}{0,4} = 66,8 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 66,8$$

Desse modo:

$$\lambda_x = 14,9 < \lambda_{1,x} \quad \therefore \text{n\~{a}o s\~{a}o considerados os efeitos de 2^a ordem na dire\~{c}o\~{a}o x;}$$

$$\lambda_y = 48,4 < \lambda_{1,y} \quad \therefore \text{n\~{a}o s\~{a}o considerados os efeitos de 2^a ordem na dire\~{c}o\~{a}o y.}$$

f) Momento total solicitante e c\~{a}lculo da armadura

Como n\~{a}o existem excentricidades de 2^a ordem o momento total \u00e9 igual ao m\~{a}ximo momento de 1^a ordem, ou seja:

Dir. x:

$$M_{d,tot,x} = M_{1d,min,x} = 4.927 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,tot,y} = M_{1d,A} = 3.882 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 2.999 \text{ kN.cm}$$

For\~{c}a normal adimensional (Eq. 19):

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1428}{1300 \frac{2,0}{1,4}} = 0,77$$

Com $v = 0,77$ e utilizando-se os \u00e1bacos de VENTURINI (1987) para flex\~{a}o reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{4927}{65 \cdot 1300 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,04$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{65} = 0,06 \cong 0,05 \quad \text{\u00c1baco A-24} \quad (\omega = 0,04)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3882}{20 \cdot 1300 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,10$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{\u00c1baco A-4} \quad (\omega = 0,24)$$

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,24 \cdot 1300 \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 10,25 \text{ cm}^2$$

g) Detalhamento

Armadura m\u00ednima (Eq. 58):

$$A_{s,min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad \Rightarrow \quad A_{s,min} = 0,15 \frac{1428}{50} = 4,93 \geq 0,004 \cdot 1300 = 5,20 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 10,25 \text{ cm}^2 > A_{s,min} \quad \Rightarrow \quad 14 \phi 10 \text{ mm} (11,20 \text{ cm}^2)$$

A taxa de armadura resulta:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{11,20}{1300} 100 = 0,86 \% < \rho_{\text{máx}} = 4 \%$$

O diâmetro e o espaçamento (t) dos estribos são:

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 \\ 5 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \therefore \phi_t &= 5 \text{ mm} \\ 20 \phi_t &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12 \phi_\ell = 12 \cdot 1,0 = 12 \text{ cm} \end{cases} \therefore t = 12 \text{ cm}$$

O espaçamento entre as barras é:

$$e_h = \frac{65 - [2 \cdot (2,0 + 0,5) + 7 \cdot 1,0]}{6} + \frac{1,0}{2} = 9,3 \text{ cm}$$

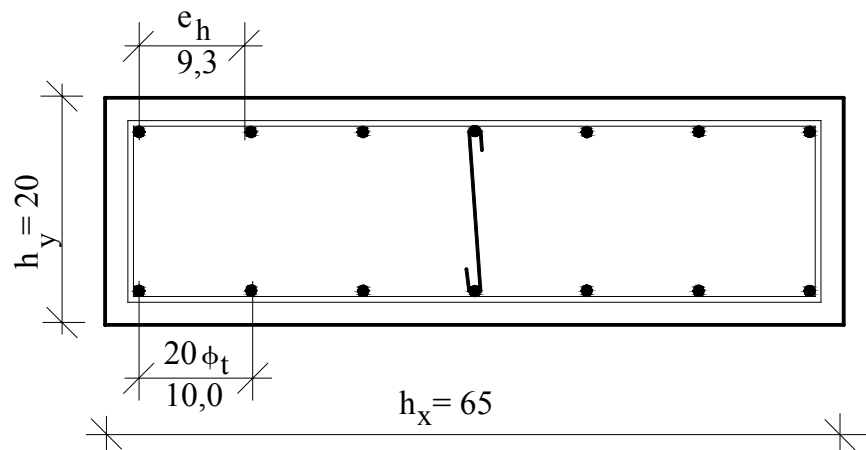


Figura 73 – Detalhamento da armadura na seção transversal.

19.4 PILAR DE EXTREMIDADE P2

Dados: $N_k = 500 \text{ kN}$

$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 500 = 700 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, que solicitam o pilar na direção y, em função do carregamento oriundo da viga V1 não ser aplicado no C.G. do pilar (Figura 62):

Pré-dimensionamento (Eq. 63):

$$A_c = \frac{1,45 \cdot N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} = \frac{1,45 \cdot 700}{0,6 \cdot 2,0 + 0,42} = 627 \text{ cm}^2$$

Pode-se adotar: $A_c = 20 \times 35 = 700 \text{ cm}^2$ (Figura 74).

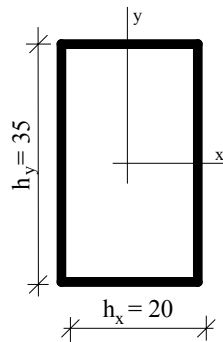


Figura 74 – Dimensões da seção transversal.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{35} = 27,7$$

c) Excentricidade de 1ª ordem

No dimensionamento do pilar P2 deve ser considerada a excentricidade de 1ª ordem de origem geométrica, pois o ponto de aplicação da carga da viga V1 encontra-se fora do centro de gravidade da seção do pilar, como pode-se notar na Figura 75. Essa excentricidade inicial geométrica deve ser considerada porque não há viga na direção vertical, que poderia proporcionar um apoio ao pilar. A laje não tem a rigidez necessária para travar o pilar.

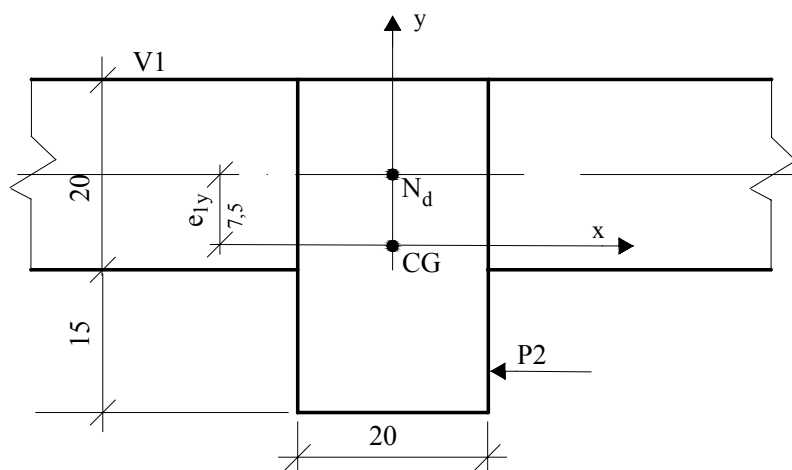


Figura 75 – Excentricidade inicial de 1ª ordem no pilar P2.

Da Figura 75 tem-se a excentricidade de 1ª ordem no pilar: $e_{1y} = 7,5$ cm. O momento de 1ª ordem é (Figura 76):

$$M_{1dy} = N_d \cdot e_{1y} = 700 \cdot 7,5 = 5.250 \text{ kN.cm}$$

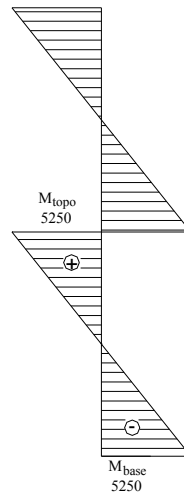


Figura 76 – Momentos fletores de 1ª ordem de cálculo no pilar (kN.cm) na direção y.

d) Momento fletor mínimo

$M_{1d,\min} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

$$\text{Dir. x: } M_{1d,\min,x} = 700 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 1.470 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1d,\min,y} = 700 (1,5 + 0,03 \cdot 35) = 1.785 \text{ kN.cm}$$

e) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: Na direção x não ocorrem momentos fletores e excentricidades de 1ª ordem, portanto, $e_{1x} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 35$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção y é 7,50 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem na direção y são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 5.250 \text{ kN.cm}$, maiores que o momento fletor mínimo nesta direção, o que leva ao cálculo de α_b :

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{(-5250)}{5250} = 0,2 \geq 0,4 \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{7,50}{35}}{0,4} = 69,2 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 69,2$$

Desse modo:

$$\lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x} \quad \therefore \text{são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção x;}$$

$$\lambda_y = 27,7 < \lambda_{1,y} \quad \therefore \text{não são considerados os efeitos de 2ª ordem na direção y.}$$

f) Momento de 2ª ordem e momentos totais solicitantes

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

Força normal adimensional:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{700}{700 \frac{2,0}{1,4}} = 0,70$$

Curvatura segundo a direção x sujeita a esforços de 2ª ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,50)} = \frac{0,005}{20(0,70+0,5)} = 2,08 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$ em cada direção, tem-se o momento total máximo:

Dir. x:

$$M_{d,tot,x} = 1,0 \cdot 1470 + 700 \frac{280^2}{10} 2,08 \cdot 10^{-4} = 2.612 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,x} = 1.470 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{d,tot,x} = 2.612 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,tot,y} = 5.250 \geq M_{1d,min,y} = 1.785 \text{ kN.cm}$$

Com $v = 0,70$ e utilizando-se os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão reta:

Dir. x:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2612}{20 \cdot 700 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,13$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \quad \text{Ábaco A-4 } (\omega = 0,29) ; \text{ A-33 } (\omega = 0,35)$$

Dir. y:

$$\mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{5250}{35 \cdot 700 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,15$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{35} = 0,11 \cong 0,10 \quad \text{Ábaco A-25 } (\omega = 0,46) ; \text{ A-45 } (\omega = 0,32)$$

No caso de utilização dos ábacos A-4 e A-25 a armadura resulta maior que se utilizados os ábacos A-33 e A-45, onde a posição e o número de barras está pré-fixado previamente.

Armadura segundo os ábacos A-4 e A-25:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,46 \cdot 700 \cdot \frac{2,0}{1,4}}{50/1,15} = 10,58 \text{ cm}^2 \Rightarrow 10 \phi 12,5 \text{ mm } (12,50 \text{ cm}^2)$$

Armadura segundo os ábacos A-33 e A-45:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,35 \cdot 700 \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 8,05 \text{ cm}^2 \Rightarrow 10 \phi 10 \text{ mm } (8,00 \text{ cm}^2)$$

g) Detalhamento

Armadura mínima (Eq. 58):

$$A_{s,\min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \Rightarrow A_{s,\min} = 0,15 \frac{700}{\frac{50}{1,15}} = 2,42 \geq 0,004 \cdot 700 = 2,80 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 10,58 \text{ cm}^2 > A_{s,\min}$$

g1) Armadura longitudinal composta por 10 ϕ 12,5 mm

Taxa de armadura:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{12,50}{700} 100 = 1,79 \% < \rho_{\max} = 4 \%$$

O diâmetro e o espaçamento (t) dos estribos são:

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 \\ 5 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \therefore \phi_t &= 5 \text{ mm} \\ 20 \phi_t &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{\max} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12 \phi_\ell = 12 \cdot 1,25 = 15 \text{ cm} \end{cases} \therefore t = 15 \text{ cm}$$

O espaçamento entre as barras é (Figura 77):

$$e_v = \frac{35 - [2 \cdot (2,0 + 0,5) + 5 \cdot 1,25]}{4} + \frac{1,25}{2} = 6,6 \text{ cm}$$

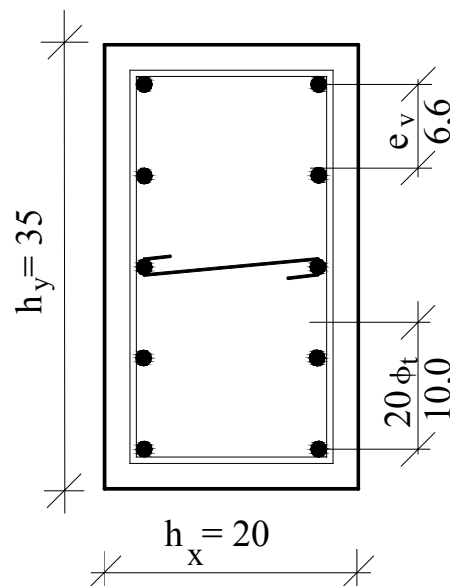


Figura 77 – Detalhamento da armadura na seção transversal para 10 ϕ 12,5 mm.

g1) Armadura longitudinal composta por 10 ϕ 10 mm

Taxa de armadura:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{8,00}{700} 100 = 1,14 \% < \rho_{\text{máx}} = 4 \%$$

O diâmetro e o espaçamento (t) dos estribos são:

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 \\ 5 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \therefore \phi_t = 5 \text{ mm} \\ 20 \phi_t = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12 \phi_\ell = 12 \cdot 1,0 = 12 \text{ cm} \end{cases} \therefore t = 12 \text{ cm}$$

O espaçamento entre as barras é (Figura 78):

$$e_h = \frac{20 - [2 \cdot (2,0 + 0,5) + 4 \cdot 1,0]}{3} + \frac{1,0}{2} = 3,7 \text{ cm}$$

O espaçamento mínimo entre as barras é:

$$e_{h,\text{min}} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,0 \text{ cm} \\ 1,2 d_{\text{máx. agreg}} = 1,2 \cdot 1,9 = 2,3 \text{ cm} \end{cases} \therefore e_{h,\text{min}} = 2,3 \text{ cm}$$

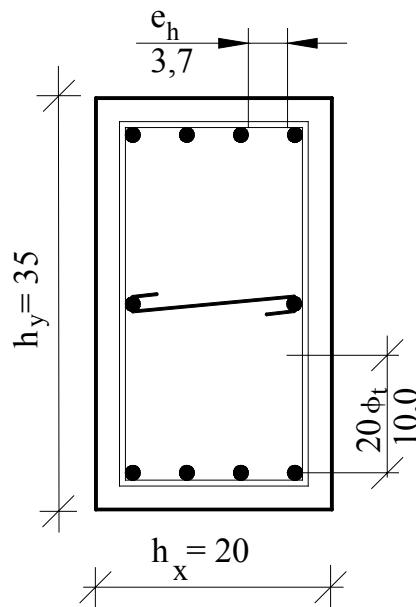


Figura 78 – Detalhamento da armadura na seção transversal para 10 ϕ 10 mm.

19.5 PILAR DE CANTO P1

Dados: $N_k = 220 \text{ kN}$

$l_{\text{ex}} = l_{\text{ey}} = 280 \text{ cm}$

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo é: $N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k = 1,0 \cdot 1,4 \cdot 220 = 308 \text{ kN}$.

Além da força normal de compressão ocorrem também momentos fletores nos extremos do pilar, que solicitam o pilar nas direções x e y, em função de existirem as vigas V1 e V5 não contínuas sobre o pilar (Figura 62):

Pré-dimensionamento (Eq. 63):

$$A_c = \frac{1,45 \cdot N_d}{0,6 f_{ck} + 0,42} = \frac{1,45 \cdot 308}{0,6 \cdot 20 + 0,42} = 276 \text{ cm}^2$$

Pode-se adotar: $A_c = 20 \times 30 = 600 \text{ cm}^2$ (Figura 79).

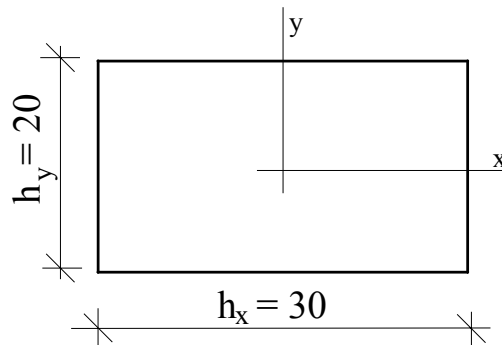


Figura 79 – Dimensões da seção transversal.

b) Índice de esbeltez

$$\lambda_x = \frac{3,46 \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \cdot 280}{30} = 32,3$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \cdot 280}{20} = 48,4$$

c) Excentricidades de 1ª ordem

Direção x:

$$e_{1x} = \frac{M_{xd}}{N_d} \quad \text{com } M_{xd} = \text{momento fletor de ligação entre a viga V1 e o pilar P1, na direção x.}$$

O momento fletor solicitante na base e no topo do pilar será avaliado pelas Eq. 38 e 39, sendo:

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = M_{k,eng} \frac{I_{pilar}}{I_{p,sup} + I_{viga} + I_{p,inf}}$$

Supondo que a seção transversal do pilar não varia ao longo da sua altura, tem-se:

$$I_{pilar} = I_{p,sup} = I_{p,inf} = \frac{I_{pilar}}{\ell_{ex}} = \frac{20 \cdot 30^3}{280} = 160,7 \text{ cm}^3$$

Rigidez da viga V1 com seção transversal 20 x 40 cm e com o vão adotado simplificada de centro a centro dos apoios (495 cm):

$$I_{\text{viga}} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 40^3}{12} = 106.667 \text{ cm}^4$$

$$r_{\text{viga}} = \frac{I_{\text{viga}}}{\ell_{\text{teor}}} = \frac{106667}{495} = 215,5 \text{ cm}^3$$

Para o momento de engastamento perfeito da viga V1 no pilar P1 será adotada a carga total de 21 kN/m, conforme mostrado na Figura 80.

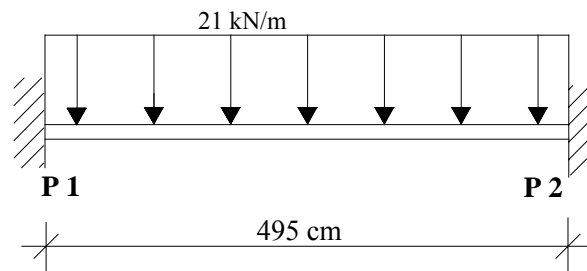


Figura 80 – Esquema estático e carregamento no vão da viga adjacente ao pilar.

O momento de engastamento perfeito no pilar P1 é:

$$M_{\text{eng}} = \frac{q \cdot \ell^2}{12} = \frac{21 \cdot 4,95^2}{12} = 42,88 \text{ kN.m} = 4.288 \text{ kN.cm}$$

Os momentos fletores na base e no topo do lance do pilar resultam:

$$M_{k,\text{inf}} = M_{k,\text{sup}} = 4288 \cdot \frac{160,7}{160,7 + 215,5 + 160,7} = 1.283 \text{ kN.cm}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores no pilar, os momentos fletores de cálculo totais, na base e no topo, são:

$$M_{d,\text{topo}} = -M_{d,\text{base}} = 1,4 \left(1283 + \frac{1283}{2} \right) = 2.695 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1x} = \frac{2695}{308} = 8,75 \text{ cm}$$

Direção y:

$$e_{1y} = \frac{M_{yd}}{N_d} \quad \text{com } M_{yd} = \text{momento fletor de ligação entre a viga V5 e o pilar P1, na direção y.}$$

Supondo que a seção transversal do pilar não varia ao longo da sua altura, tem-se:

$$r_{\text{pilar}} = r_{\text{p,sup}} = r_{\text{p,inf}} = \frac{I_{\text{pilar}}}{\ell_{\text{ex}}} = \frac{30 \cdot 20^3}{12} = 71,4 \text{ cm}^3$$

Rigidez da viga V5 com seção transversal 20 x 40 cm e com o vão adotado simplificada de centro a centro dos apoios (480 cm):

$$I_{\text{viga}} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 40^3}{12} = 106.667 \text{ cm}^4$$

$$r_{\text{viga}} = \frac{I_{\text{viga}}}{\ell_{\text{teor}}} = \frac{106667}{480} = 222,2 \text{ cm}^3$$

Para o momento de engastamento perfeito da viga V5 no pilar P1 será adotada a carga total de 15 kN/m, conforme mostrado na Figura 81.

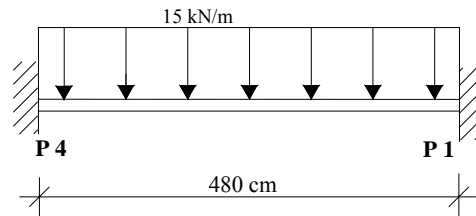


Figura 81 – Esquema estático e carregamento no vão da viga adjacente ao pilar.

$$M_{\text{eng}} = \frac{q \cdot \ell^2}{12} = \frac{15 \cdot 4,8^2}{12} = 28,8 \text{ kN.m} = 2.880 \text{ kN.cm}$$

$$M_{\text{k,inf}} = M_{\text{k,sup}} = 2880 \cdot \frac{71,4}{71,4 + 222,2 + 71,4} = 563,4 \text{ kN.cm}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores no pilar, os momentos fletores de cálculo totais, na base e no topo, são:

$$M_{\text{d,topo}} = -M_{\text{d,base}} = 1,4 \left(563,4 + \frac{563,4}{2} \right) = 1.183 \text{ kN.cm}$$

$$e_{iy} = \frac{1183}{308} = 3,84 \text{ cm}$$

Os momentos fletores de cálculo totais nas direções x e y estão mostrados na Figura 82.

d) Momento fletor mínimo

$M_{1\text{d,mín}} = N_d (1,5 + 0,03 h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo, em cada direção é:

$$\text{Dir. x: } M_{1\text{d,mín,x}} = 308 (1,5 + 0,03 \cdot 30) = 739,2 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Dir. y: } M_{1\text{d,mín,y}} = 308 (1,5 + 0,03 \cdot 20) = 646,8 \text{ kN.cm}$$

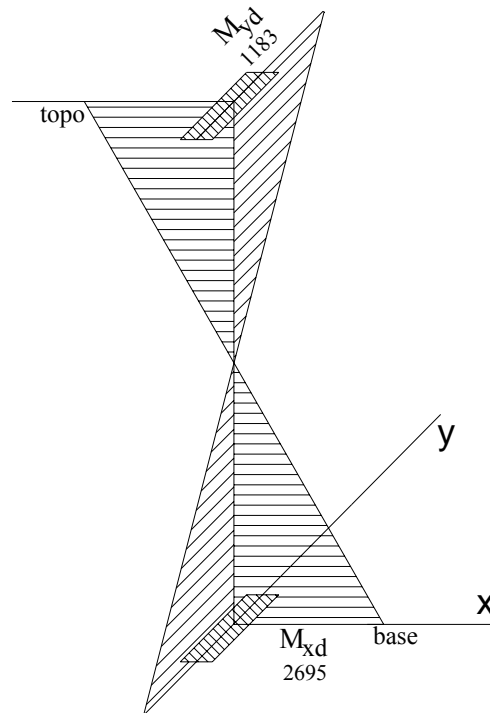


Figura 82- Momentos fletores de cálculo de 1ª ordem atuantes no pilar (kN.cm).

e) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{com} \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Dir. x: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção x é 8,75 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.695$ kN.cm, maiores que o momento fletor mínimo, o que leva ao cálculo de α_b . Assim:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{(-2695)}{2695} = 0,2 \geq 0,4 \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{8,75}{30}}{0,4} = 71,6 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,x} = 71,6$$

Dir. y: A excentricidade de 1ª ordem e_1 na direção y é 3,84 cm. Os momentos fletores de 1ª ordem nesta direção são $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 1.183$ kN.cm, maiores que o momento fletor mínimo, o que leva ao cálculo de α_b . Assim:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \frac{(-1183)}{1183} = 0,2 \geq 0,4 \quad \therefore \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{3,84}{20}}{1,0} = 68,5 \geq 35 \quad \Rightarrow \quad \therefore \lambda_{1,y} = 68,5$$

Desse modo:

$$\lambda_x = 32,3 < \lambda_{1,x} \quad \therefore \text{n\~{a}o s\~{a}o considerados os efeitos de 2^a \text{ ordem na dire\~{c}o\~{a}o x;} \\ \lambda_y = 48,4 < \lambda_{1,y} \quad \therefore \text{n\~{a}o s\~{a}o considerados os efeitos de 2^a \text{ ordem na dire\~{c}o\~{a}o y.}$$

f) Momento total solicitante e c\~{a}lculo da armadura

Como n\~{a}o existem excentricidades de 2^a ordem o momento total \u00e9 igual ao m\~{a}ximo momento de 1^a ordem, ou seja:

Dir. x:

$$M_{d,tot,x} = M_{1d,A,x} = 2.695 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,x} = 739,2 \text{ kN.cm}$$

Dir. y:

$$M_{d,tot,y} = M_{1d,A,y} = 1.183 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 646,8 \text{ kN.cm}$$

For\~{c}a normal adimensional (Eq. 19):

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{308}{600 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,36$$

Coefficientes adimensionais de flex\~{a}o considerando a flex\~{a}o obl\u00edqua (Eq. 51 e 52):

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2695}{30 \cdot 600 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,10$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1183}{20 \cdot 600 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,07$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{30} = 0,13 \cong 0,15 \quad \frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20$$

Com $v = 0,36$ e utilizando o \u00e1baco A-67 de PINHEIRO para flex\~{a}o composta obl\u00edqua, a taxa de armadura resulta da interpola\~{c}o\~{a}o entre $v = 0,20$ e $v = 0,40$:

$$\begin{aligned} \text{- para } v = 0,20 & \Rightarrow \omega = 0,20 \\ \text{- para } v = 0,40 & \Rightarrow \omega = 0,15 \\ \text{- para } v = 0,36 & \Rightarrow \omega = 0,16 \end{aligned}$$

A armadura resulta:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,16 \cdot 600 \cdot \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 3,15 \text{ cm}^2$$

g) Detalhamento

Armadura m\u00ednima (Eq. 58):

$$A_{s,\min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad \Rightarrow \quad A_{s,\min} = 0,15 \frac{308}{50} = 1,06 \geq 0,004 \cdot 600 = 2,40 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 3,15 \text{ cm}^2 > A_{s,\min} \quad \Rightarrow \quad 4 \phi 10 \text{ mm } (3,20 \text{ cm}^2), \text{ Figura 83.}$$

A taxa de armadura resulta:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{3,20}{600} 100 = 0,53 \% < \rho_{\max} = 4 \%$$

O diâmetro e o espaçamento dos estribos são:

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 \\ 5 \text{ mm} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \therefore \phi_t &= 5 \text{ mm} \\ 20 \phi_t &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{\max} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12 \phi_\ell = 12 \cdot 1,0 = 12 \text{ cm} \end{cases} \quad \therefore t = 12 \text{ cm}$$

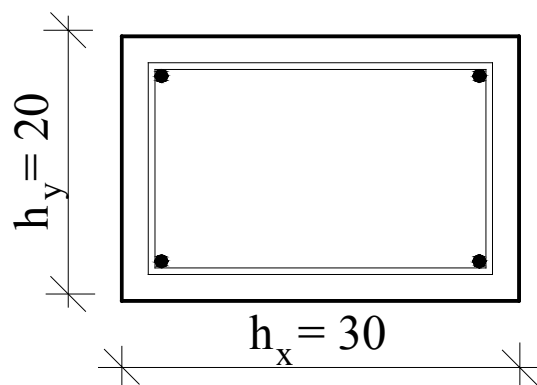


Figura 83 – Detalhamento da armadura na seção transversal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building code requirements for structural concrete*, ACI 318 R-95. Farmington Hills, 1995, 369p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2003, 170p.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990: final draft*. Bulletin D'Information, n.203, 204 e 205, jul., 1991.

BASTOS, P.S.S. *Dimensionamento de vigas de concreto armado ao esforço cortante*. Disciplina 1309 – Estruturas de Concreto II. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, mar/2005, 55p. (www.feb.unesp.br/pbastos).

BASTOS, P.S.S. *Ancoragem e emenda de armaduras*. Disciplina 1309 – Estruturas de Concreto II. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, abril/2005, 36p. (wwwp.feb.unesp.br/pbastos).

BASTOS, P.S.S. *Flexão normal simples - Vigas*. Disciplina 1288 – Estruturas de Concreto I. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, out/2004, 93p. (wwwp.feb.unesp.br/pbastos).

EUROPEAN COMMITTEE STANDARDIZATION. *Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings*. London, BSI, 1992.

FUSCO, P.B. *Estruturas de concreto - Solicitações normais*. Rio de Janeiro, ed. Guanabara Dois, 1981, 464p.

FUSCO, P.B. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. São Paulo, Ed. Pini, 2000, 382p.

PINHEIRO, L.M. ; BARALDI, L.T. ; POREM, M.E. *Concreto Armado: Ábacos para flexão oblíqua*. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1994.

PINHEIRO, L.M. *Instabilidade. Notas de Aula*. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1994.

SÜSSEKIND, J.C. *Curso de concreto*, v. 2, 4ª ed., Porto Alegre, Ed. Globo, 1984, 280p.

VENTURINI, W.S. *Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta*. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1987.