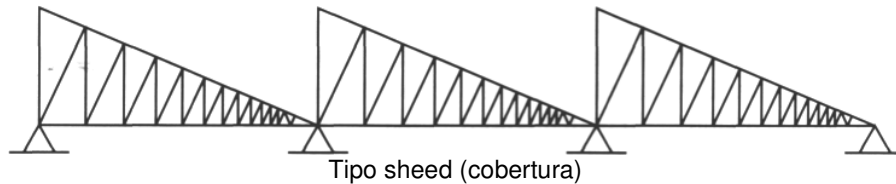


# TRELIÇAS

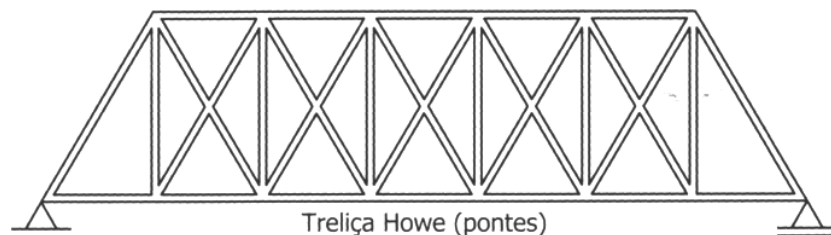
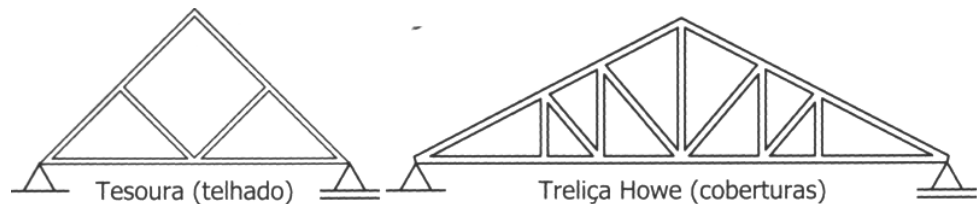
Treliças são estruturas compostas por barras com extremidades articuladas. São usadas para vários fins, entre os quais, vencer pequenos, médios e grandes vãos. Pelo fato de usar barras articuladas e de se considerar pesos suportados colocados nos nós, essas barras funcionam principalmente à tração e compressão.

Estruturas do século passado e do início deste século — como pontes metálicas ferroviárias — usaram ao máximo esse estratagema. As treliças são usadas hoje também como estrutura de cobertura, torres de transmissão elétrica e em equipamentos, tais como lanças de guindastes. Costumam ser executadas em barras de madeira, aço, alumínio e de concreto armado.



*Formas das treliças*

O formato das treliças e a disposição de suas barras são os mais variados possí-



veis, atendendo às peculiaridades do seu uso.

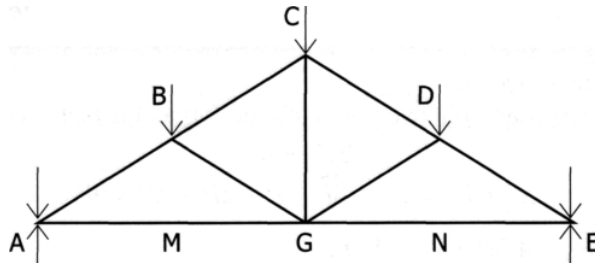
## Hipóteses de trabalho das treliças

A hipótese de trabalho nas treliças é que seus componentes (banzos ou barras) trabalham como peças inter-relacionadas por articulações e as cargas externas atuam principalmente nos nós, transmitindo, portanto, esforços de tração e compressão somente às barras. Essa hipótese é apenas parcial, pois pelo menos o peso próprio está distribuído ao longo do banzo. Todavia, mantém-se por facilidade a

## Treliças quanto à isostaticidade e hiperestaticidade

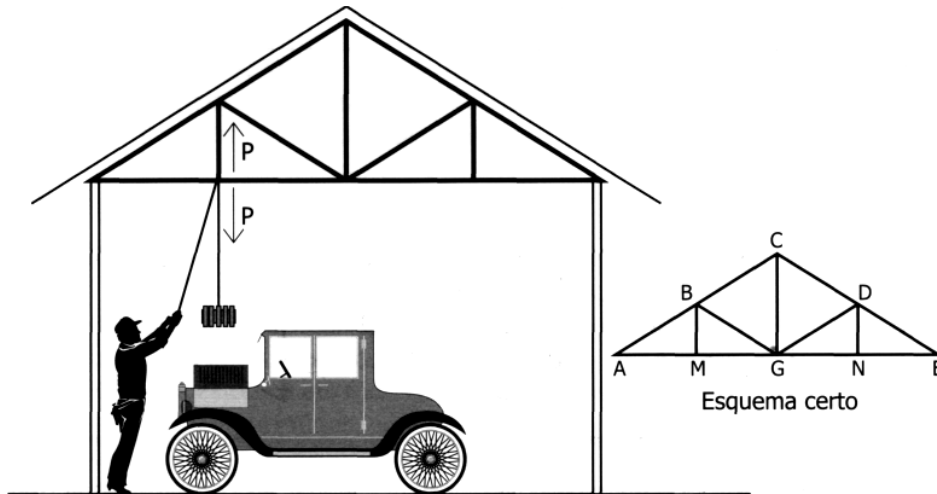
Há treliças em que é possível determinar os esforços em cada banzo, usando, para cada nó, apenas o equilíbrio de forças ( $\sum F_H = 0$ ,  $\sum F_V = 0$ ) do critério da Estática. São as *treliças isostáticas*.

Em virtude de chegarem em um nó várias barras, em algumas treliças a divisão do esforço por cada barra não pode ser determinada exclusivamente pelos critérios da Estática. São as *treliças hiperestáticas*. Para determinar esses esforços, são necessários estudos de compatibilidade de deformações. Os programas de computador fazem isso e determinam os esforços. Curiosidade  
Há banzos (trechos) de treliças em que não há cargas. Veja:



Os banzos *EM* e *DN* não têm forças, pois se houvesse uma força *F* no trecho *BM* não haveria como equilibrá-la, já que os trechos *AM* e *MG* são horizontais. Por que então colocar uma peça sem esforço?

Uma explicação, antologicamente correta, de um mestre de Resistência dos Materiais "Visitem uma oficina mecânica que tenha uma treliça suportando o telhado. Vocês verão que, com grande probabilidade, o mecânico usará o ponto *M* para fixar uma talha elevando o motor de um carro." Logo, nos seus projetos, coloquem os trechos *BM* e *DN*.



## CLASSIFICAÇÃO QUANTO A SUA ESTATICIDADE

Sejam:

**b** - número de barras

**r** - número de reações

**externas**

**n** - número de nós ou rótulas

As incógnitas do problema serão em número de  $b + r$ , ou seja, o número de reações e a solitação de esforço normal em cada barra.

O número de equações será de  $2n$ , pois em cada nó se aplicam as equações de equilíbrio de um ponto material ( $\sum F_x = 0$  e  $\sum F_y = 0$ ).

Então,

se  $r + b = 2n$  Treliça hipostática

$r + b < 2n$  Sugere tratar-se de uma treliça isostática, o que não pode ser confirmado sem antes analisarmos a lei de formação interna da treliça em questão.

$r + b > 2n$  Sugere tratar-se de uma treliça hiperestática, o que não pode ser confirmado sem antes de analisarmos a lei de formação interna da treliça em questão.

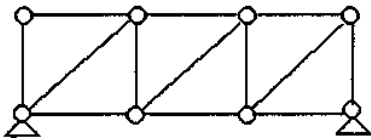
### CLASSIFICAÇÃO QUANTO A LEI DE FORMAÇÃO

Quanto a formação as treliças podem ser:

#### 1. Simples:

A treliça será simples se puder ser obtida a partir de configurações indeformáveis pela adição de duas a duas barras partindo nós já existentes para novos nós (um novo nó para cada duas novas barras).

Exemplo:

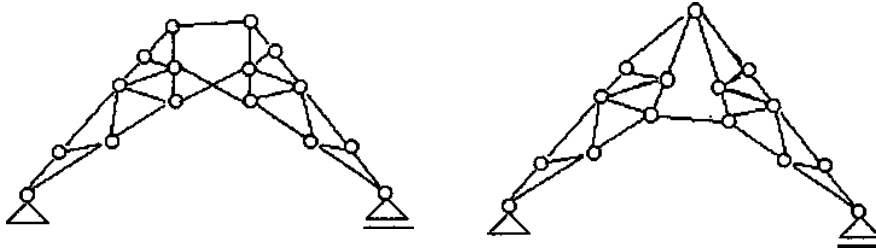


#### 2. Composta

A treliça é composta quando for formada por duas treliças simples ligadas por 3 barras não simultaneamente concorrentes ou paralelas, ou por um nó e uma barra sendo que esta barra não concorre no nó citado.

A resolução de uma treliça composta pode recair no caso de duas treliças simples, mediante o cálculo prévio dos esforços nos elementos de ligação, o que permitirá isolá-las para fins de cálculo estático.

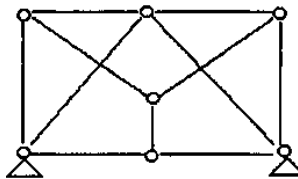
Exemplo:



### 3. Complexa:

Uma treliça complexa é classificada por exclusão, ou seja, quando não é simples nem composta. Observe que não podemos afirmar se ela é isostática pela simples análise de  $b + r = 2n$  que é uma condição necessária mas não suficiente para garantir a isostaticidade.

Exemplo:



## MÉTODO DE RESOLUÇÃO DAS TRELIÇAS ISOSTÁTICAS SIMPLES

O cálculo dos esforços normais nas barras de uma treliça isostática simples pode ser feito de três maneiras:

- Método dos nós
- Método de Ritter ou das seções
- Método de Cremona

No curso vamos nos ater aos dois primeiros métodos, já que o método de Cremona, por ser um método gráfico está em desuso com a aplicação da mecanização dos cálculos (informática).

### 1. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NORMAIS NAS BARRAS PELO MÉTODO DOS NÓS.

É o método natural de resolução que consiste em se estudar o equilíbrio de cada nó isolado.

Devemos **INICIAR E PROSSEGUIR** pelos nós que possuam apenas duas incógnitas à determinar (esforço normal de 2 barras). Aplicamos as equações de equilíbrio estático:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Note-se que se o nó tiver mais de duas barras à serem determinadas (2 incógnitas) 2 equações não bastam para a solução do sistema.

**ROTEIRO:**

1 - Cálculo das reações externas (se necessário)

2 - Escolha do 1º nó à ser examinado

3 - Aplicação das equações de equilíbrio no nó escolhido

4 - Resolvido o primeiro nó, passamos ao segundo sempre com o cuidado de verificar se ela tem apenas duas incógnitas (2 barras à serem determinadas)

OBS: Este método apresenta o problema de acumular os erros de cálculos que por acaso forem cometidos.

## **2. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NORMAIS USANDO O MÉTODO DE RITTER (MÉTODO DAS SEÇÕES)**

Vimos que pelo método dos nós, devemos seguir uma ordem de cálculo e calculamos os esforços em todas as barras de uma treliça.

O método de Ritter permite que se calcule os esforços normais apenas em algumas barras que possam nos interessar.

1 - Cálculo das reações externas se necessário

2 - Cortar a treliça por seções de Ritter que devem:

a. Atravessar toda a treliça dividindo-a em 2 partes

b. Interceptar no máximo 3 barras que não sejam ao mesmo tempo paralelas ou concorrentes ( Os esforços normais destas barras serão os calculados)

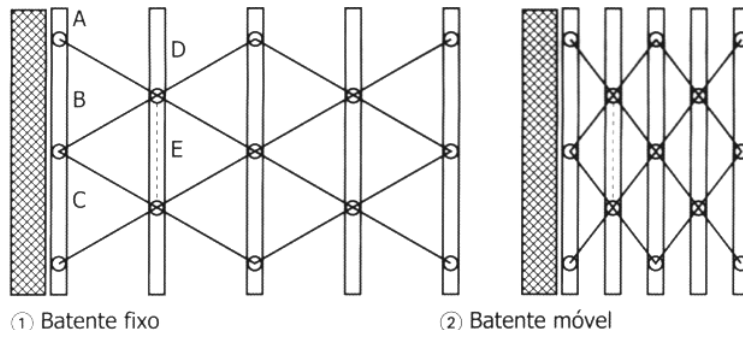
c. Cortada a treliça em duas partes, substitui-se a parte retirada pelos esforços normais desenvolvidos pelas barras cortadas, que devem ser calculados, de maneira que as partes fiquem em equilíbrio.

d. Os esforços normais serão encontrados pelo equilíbrio das partes, podendo-se dispor além das equações fundamentais de equilíbrio estático, da condição de nó onde a soma dos momentos em qualquer nó da treliça deve ser zero, pois rótulas não absorvem momento.

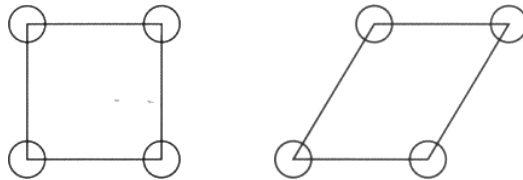
**OBS: Este método acrescenta mais condições as já conhecidas e usamos as condições que nos parecerem mais convenientes, e podemos facilmente mesclarmos os dois métodos.**

# Estrutura hipostática

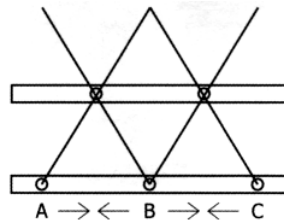
Uma porta pantográfica pode ser um bom exemplo de estrutura treliçada, hipostática, pois possui movimentos. Veja:



Uma análise conceitual dessa estrutura mostra que sua hipostaticidade é devida ao fato de ser composta de losangos, estrutura deformável.



A criação de um único triângulo (se pusermos uma barra ligando D com E, por exemplo) causaria o fim da deformabilidade dessa estrutura.



Graças a um dispositivo em A, B e C (canaleta) garante-se a hipostaticidade da estrutura.